

MODULATION

1. SIGNAUX

• SIGNAL SINUSOÏDAL

C'est un signal de la forme : $s(t) = S \cos(2\pi f t + \varphi)$

$s(t)$ est l'élongation du signal,

S est l'amplitude du signal,

f est la fréquence du signal,

et φ est la phase à l'origine des dates.

La période est : $T = \frac{1}{f}$

• SIGNAL MODULÉ

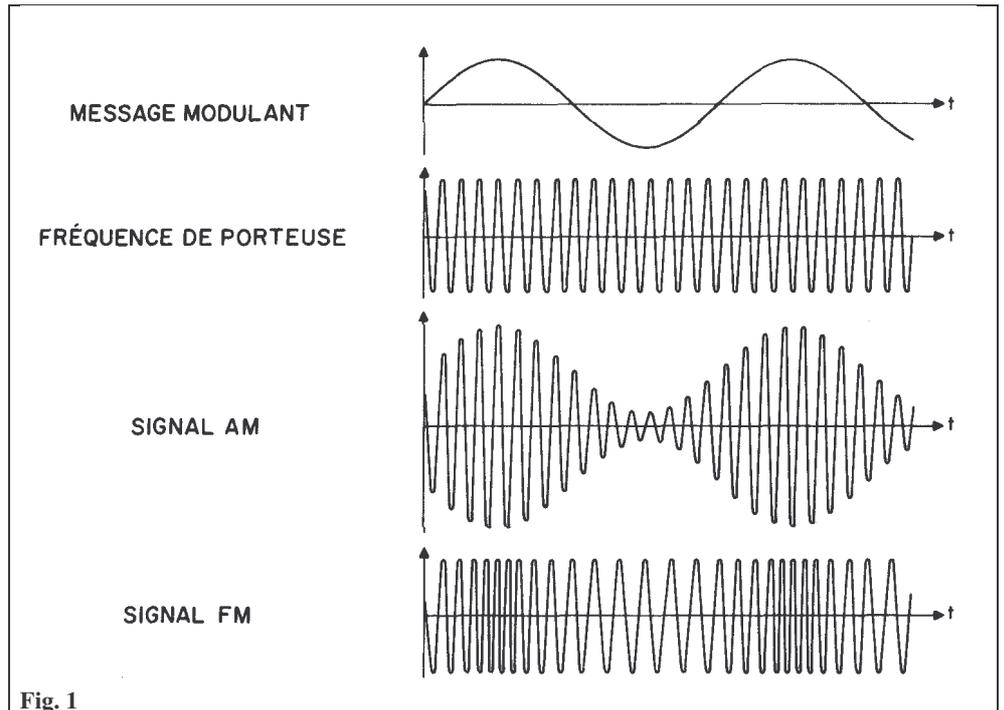
Tout signal transmis, peut se représenter par une fonction du temps mise sous la forme :

$$s(t) = S(t) \cdot \cos[2\pi F(t) \cdot t + \varphi]$$

Deux cas intéressants peuvent alors se présenter :

- $S(t)$ est une fonction du temps (éventuellement sinusoïdale) et $F(t)$ une constante ; on parlera d'un signal modulé en amplitude (signal A.M.).

- $S(t)$ est une constante et $F(t)$ est une fonction (éventuellement affine) du temps ; il s'agit, dans ce cas, d'un signal modulé en fréquence (signal F.M.).



2. Modulation d'amplitude.

A. Le signal modulé en amplitude, résulte de la combinaison de deux signaux :

- l'onde porteuse fixe, de fréquence F_0 (F_0 étant de fréquence élevée fixe ; H.F.).

$$u_C(t) = A_C \cos 2\pi F_0 t \quad (\text{onde porteuse})$$

C'est elle qui permet la transmission à distance pour les raisons évoquées précédemment ;

- l'onde modulante de fréquence f (f étant une basse fréquence susceptible d'évoluer dans le temps : $f \ll F_0$).

C'est celle du signal correspondant à l'information à transmettre ; en général ce signal n'est pas sinusoïdal.

Dans le cas le plus simple, on pourrait le noter :

$$u_m(t) = A_m \cos 2\pi f t \quad (\text{signal modulant})$$

avec $f \ll F_0$

- Le signal modulé résultant sera alors de la forme :

$$s(t) = [u_m(t) + E] \cdot u_C(t) = (A_m \cos 2\pi f t + E) \cdot A_C \cos 2\pi F_0 t$$

... expression dans laquelle E est une tension additionnelle (ou tension de décalage) qu'on pourra utiliser (signal modulé avec porteuse) ou omettre (signal modulé sans porteuse).

B. Taux de modulation

Les calculs qui suivent vont consister à exprimer la tension $s(t)$ sous forme d'une somme de fonctions sinusoïdales de fréquences données (décomposition de Fourier). En effet le signal modulé est un signal complexe, car il résulte de la composition de plusieurs signaux périodiques, dont le signal modulant n'est pas sinusoïdal, en général.

Il s'agit ici de mettre en évidence le fait que le signal modulé résultant transmet des signaux dans une gamme de fréquences évoluant autour de la fréquence porteuse F .

Dans le cas de l'amplitude modulée avec porteuse :

- Signal modulant : u_m

$$u_m = A_m \cos(2\pi f t)$$

(... rarement sinusoïdal en réalité)

- Onde porteuse : u_c

$$u_c = A_c \cos(2\pi F_0 t)$$

- Signal modulé résultant obtenu avec un multiplieur (type AD 633 JN) :

$$s(t) = k \cdot u_c \cdot (u_m + E)$$

$$s(t) = k \cdot E \cdot u_c \left(1 + \frac{u_m}{E}\right)$$

$$s(t) = k \cdot E \cdot A_c \cdot \left[1 + \frac{A_m}{E} \cos(2\pi f t)\right] \cdot \cos(2\pi F_0 t) \quad (1)$$

On appelle **taux de modulation** :

$$m = \frac{A_m}{E} = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{S_{\max} + S_{\min}}$$

(souvent exprimé en %).

Le terme : $k \cdot E \cdot A_c \cdot [1 + m \cos(2\pi f t)]$ est l'amplitude du signal modulé. Il évolue entre :

$$S_{\max} = k \cdot E \cdot A_c \cdot [1 + m] \quad \text{quand } \cos(2\pi f t) = 1$$

et $S_{\min} = k \cdot E \cdot A_c \cdot [1 - m] \quad \text{quand } \cos(2\pi f t) = -1$

Un bon réglage doit se faire de façon à ce que le taux de modulation soit compris entre 0,25 et 0,80, s'il est trop fort, la démodulation subira des distorsions ; s'il est surmodulé (> 1) la démodulation sera impossible.

Pour être dans de bonnes conditions, il faut que la tension de décalage E soit supérieure à l'amplitude A_m du signal modulant.

L'expression (1) devient :

$$s = k \cdot E \cdot A_c \cos(2\pi F_0 t) + \frac{1}{2} k \cdot E \cdot A_c m \cos 2\pi(F_0 + f)t + \frac{1}{2} k \cdot E \cdot A_c m \cos 2\pi(F_0 - f)t$$

C'est la somme de trois fonctions sinusoïdales de fréquences respectives : F , $F + f$ et $F - f$ la fréquence f varie constamment dans le temps, selon la fréquence de l'information véhiculée par la modulante dans un domaine $\Delta f = F - f$, appelé **excursion en fréquence**. L'ensemble de l'émission évolue selon une "largeur de bande" de $2 f_{\max}$ autour de la fréquence porteuse F (f_{\max} étant la fréquence maxi. que le signal modulant est susceptible de produire).

C. Analyse de Fourier (analyse spectrale)

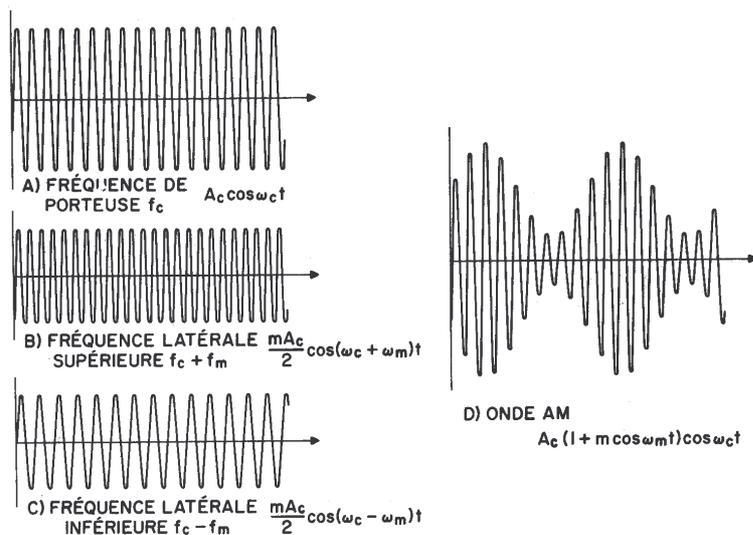


Fig.3 : les 3 signaux (A, B et C) composant l'onde AM (D)

En modulation d'amplitude, un émetteur, pour des raisons d'encombrement (c'est à dire pour limiter les risques de recouvrement de deux émetteurs), ne peut légalement disposer que d'une largeur de bande de $2 f_{\max} = 9 \text{ kHz}$.

Sites : <http://www.xena.ad/lcf/modem/modem.htm>

ou <http://membres.lycos.fr/bnathalieb/sp-cialit--terminale/physique/ModulA/odyframe.htm>

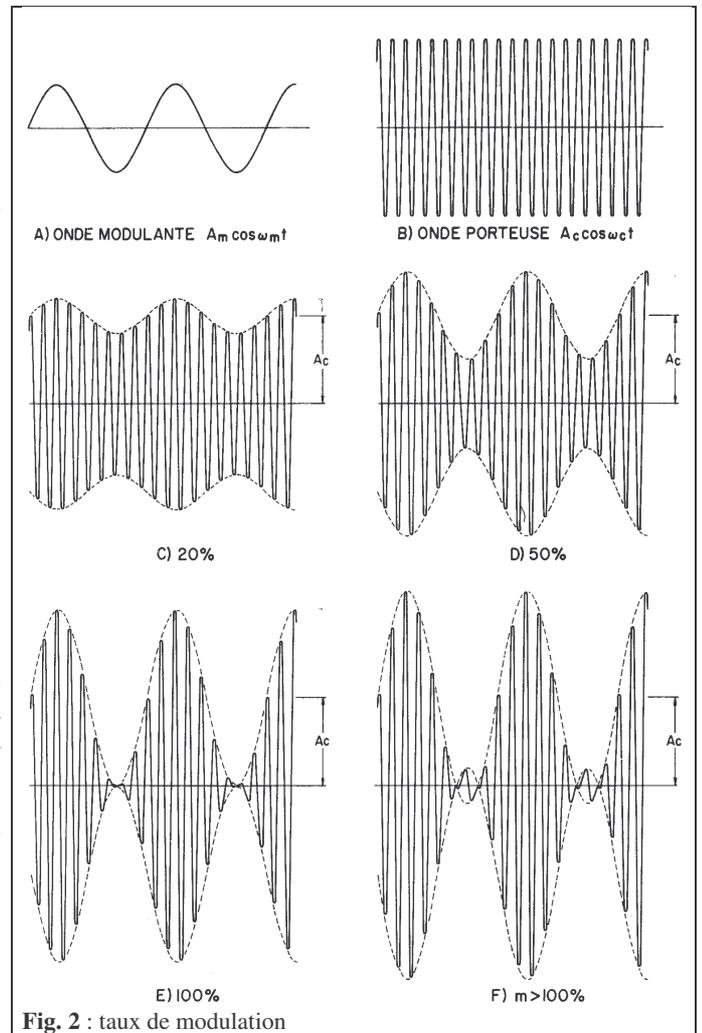


Fig. 2 : taux de modulation

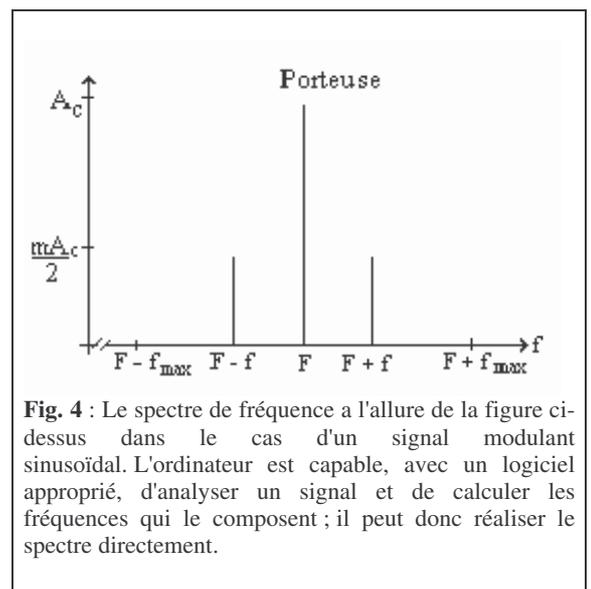


Fig. 4 : Le spectre de fréquence a l'allure de la figure ci-dessus dans le cas d'un signal modulant sinusoïdal. L'ordinateur est capable, avec un logiciel approprié, d'analyser un signal et de calculer les fréquences qui le composent ; il peut donc réaliser le spectre directement.

3. Modulation de fréquence.

La modulation de fréquence est hors programme, il est néanmoins intéressant de survoler ses caractéristiques ne serait ce que pour saisir les avantages qu'elle apporte sur la modulation d'amplitude et par suite pour comprendre les "défauts" de cette dernière.

A. Signal modulé

Dans le cas de la modulation de fréquence, c'est la fréquence de la porteuse qu'on fait varier linéairement en fonction de l'information modulante. L'amplitude du signal résultant émis est constante.

$$F(t) = F_0 + k.u(t)$$

F_0 est la fréquence de la porteuse en l'absence de signal modulante, $u(t)$ est le signal modulante.

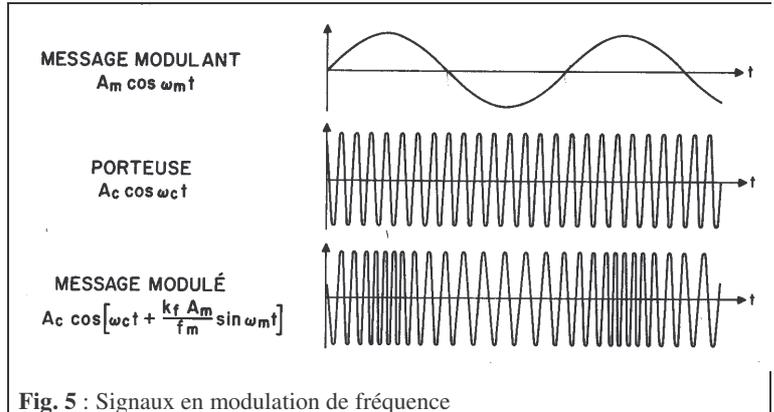


Fig. 5 : Signaux en modulation de fréquence

Si l'information à transmettre est de la forme : $u(t) = A_m \cos 2\pi f t$ (signal modulante)
la fréquence du signal sera : $F(t) = F_0 + k.u(t) = F_0 + k. A_m \cos 2\pi f t$

B. Émission en modulation de fréquence

En modulation de fréquence, le spectre est beaucoup plus complexe et permet une meilleure excursion en fréquence et par conséquent une plus grande largeur de bande (autorisation légale : 200 kHz) sans causer les problèmes de recouvrement qu'une telle largeur occasionnerait en modulation d'amplitude car les émissions radio FM s'effectuent avec des porteuses de fréquences comprises dans la bande 87 MHz et 108 MHz. Ceci est appréciable pour la qualité d'écoute de la musique (meilleure fidélité), si on la compare à la modulation d'amplitude (avec seulement 9 kHz de largeur de bande).

Comme la portée des émissions en fréquence modulée est faible (≈ 35 km), des relais ré-émettent le signal reçu avec une autre fréquence porteuse ; on s'organise pour que des émetteurs géographiquement voisins disposent de fréquences porteuses éloignées ce qui limite le risque de recouvrement des différents émetteurs.

On montre que 98 % de l'énergie émise par le signal se trouve dans la bande de fréquence :

$$[F_0 - 6.f ; F_0 + 6.f]$$

soit une largeur de bande $B = 12.f_{max}$

Exemple :

si la fréquence maximum recherchée est $f_{max} = 15$ kHz, la bande passante serait :

$$[F_0 - 6 \times 15 \text{ kHz} ; F_0 + 6 \times 15 \text{ kHz}]$$

soit une largeur de bande de 180 kHz.

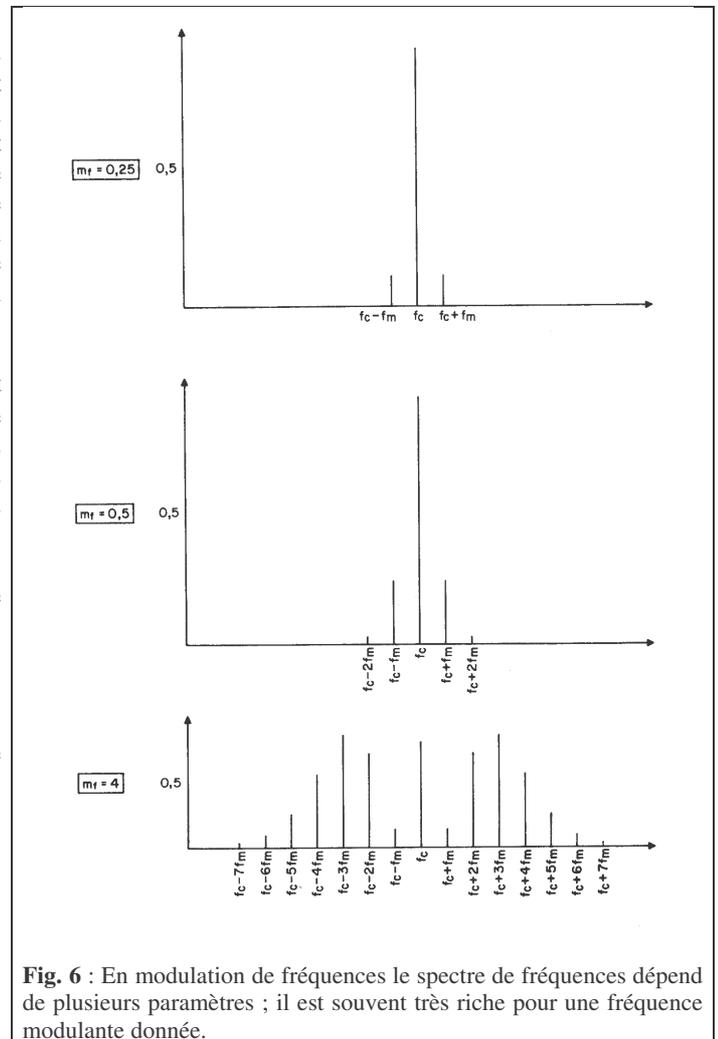


Fig. 6 : En modulation de fréquences le spectre de fréquences dépend de plusieurs paramètres ; il est souvent très riche pour une fréquence modulante donnée.

Site : <http://membres.lycos.fr/bnathalieb/sp-cialit--terminale/physique/ModulF/odyframe.htm>
<http://www.ac-nice.fr/physique/articles.php?lng=fr&pg=106>