

LE RESSORT VERTICAL : un transformateur d'énergie ?

Objectifs:

On se propose dans ce TP d'étudier les transformations d'énergie lors du mouvement d'une masse accrochée à un ressort disposé verticalement. L'étude expérimentale est réalisée par saisie informatique la position de la masse puis calcul des grandeurs appropriées pour faire l'étude énergétique.

Dans une étude complémentaire, on essaie de modéliser le mouvement de la masse avec et sans frottement.

Matériel :

Interface : Eurosmart. Logiciel : Synchronie

1 ressort (k environ 4 N.m^{-1} (noter la valeur précise indiquée sur la bouteille) et 1 masse $m = 50 \text{ g}$ ou 100 g .

1 générateur de tension continue 6 V et fil.

1 "potentiomètre" liquide avec de l'eau du robinet.

Protocole

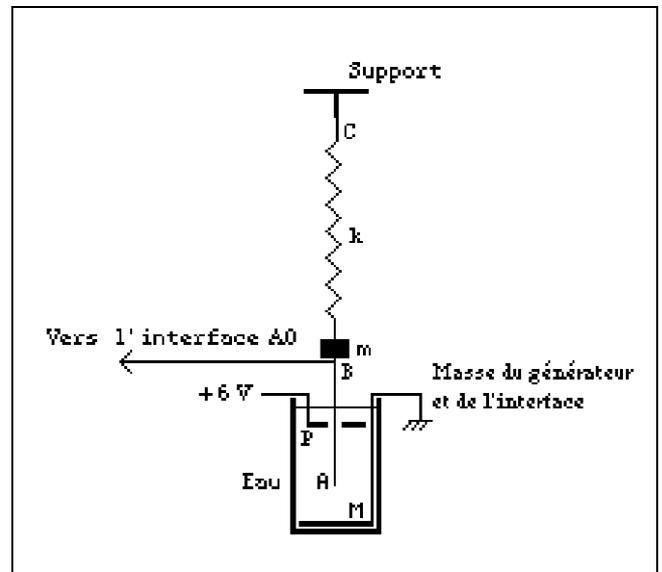
- On accroche l'extrémité supérieure d'un ressort (de raideur k) à un support fixe. A l'extrémité inférieure est suspendue une masse m .

Sous la masse est fixé un fil conducteur BA dont l'extrémité inférieure A est dénudée. Le fil plonge dans l'eau d'un grand béccher. L'extrémité A du fil reste entre 2 électrodes P et M soumise à une tension $U = +6 \text{ V}$.

Le point B du fil conducteur est relié par un fil souple à l'interface de l'ordinateur.

- On écarte de la position d'équilibre la masse m , puis on lâche la masse.

Le logiciel de l'ordinateur programme l'interface de telle façon qu'elle enregistre les positions de B à des dates régulières Δt pendant une durée totale de quelques secondes.



On choisit un axe Ox vertical, orienté de bas en haut et d'origine O position de repos du point A. Il définit la position x du point A au cours des oscillations.

Il existe une relation de proportionnalité entre la tension U_{AM} mesurée entre le point A et la masse et la position x de A.

L'étalonnage étant assez difficile à réaliser avec une bonne précision, on pourra considérer qu'une tension de 1 V correspond à un déplacement de 1 cm, en revanche la période est mesurée avec la précision de l'interface.

Acquisition

La tige mobile est reliée à l'entrée analogique A0, la masse est reliée à l'électrode située au fond de la bouteille.

- Mettre en mouvement et estimer les paramètres pertinents de l'acquisition (période d'échantillonnage Δt , nb de points)

Noter les valeurs choisies sur la feuille réponse puis dans le logiciel

- Mettre en mouvement la masse puis lancer l'acquisition par **F10**. L'acquisition est lancée lorsque la masse est en mouvement « bien régulier ».
- Si l'enregistrement paraît bruité, recommencer l'acquisition en mettant la masse en mouvement et en attendant un mouvement « bien régulier », l'acquisition est alors lancée par **F10**.

N.B. L'enregistrement de 2 à 4 périodes est largement suffisant aussi il est préférable le réduire le nombre de points si le nombre de périodes enregistrées est trop grand.

Montrer l'enregistrement au professeur

- Enregistrer le fichier, lui donner un nom utilisant vos noms ou initiales (8 lettres maximums, sans espace ou signe).

Acquisition

Cliquer sur **Paramètres**

Onglet **Entrées**

0

Automatique

Cocher Fenêtres 1

Onglet **Acquis**

Réglages

Points ?????(à définir)

Moyenne : 1

Durée

Échantillon : ?????(à définir)

Totale : ???(calculée)

Déclenchement

Voie : Aucune

Valider par OK

1. Période

- En utilisant le **réticule**, déterminer la période T.
Préciser sur la feuille réponse, la méthode de mesure de T et l'estimation de l'incertitude sur cette mesure
- La période propre de l'oscillateur est reliée aux paramètres *k* et *m*. suivant la relation :

$$T_0 = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Commandes de Synchronie
Outil Réticule



Lorsque l'outil Réticule est activé sur **Origine absolue**, il est commode de fixer le réticule sur une valeur particulière de t (un maximum par exemple) puis de cliquer sur **Origine relative** pour faire apparaître un second réticule qui permet une détermination directe de la période

1° Ecrire les valeurs de *m* et *k*. sur la feuille réponse (Pour *m*, tenir compte de la masse du fil conducteur)
 2° Calculer la valeur de T₀ obtenue à partir des valeurs de *k* et *m*. et indiquer la valeur sur la feuille réponse
 3° Observer l'enregistrement, doit-on parler de période ou de pseudo-période ? Pourquoi ?
 T est-il constant pendant toute la durée de l'enregistrement, comment le vérifiez-vous ? Quelle méthode de mesure donnera la meilleure précision pour T.
 4° Mesurer T, indiquer la méthode utilisée. Estimer (en expliquant) l'incertitude absolue U(T)
 Comparer T à T₀. en calculant l'écart relatif.

2. Calcul de la grandeur x « centrée » sur la position d'équilibre

- En utilisant le réticule, à partir des valeurs maximales et minimales de EA0, déterminer le décalage *d* de la valeur moyenne de la courbe EA0 par rapport à l'origine des axes des ordonnées.
- Définir la relation entre *d* et MAX(EA0) et MIN(EA0) - ou *d* et MOY(EA0)-
- En utilisant le menu **Traitements - Feuille de calcul**, faire calculer par le logiciel les grandeurs *d* puis *x* = EA0 - *d*
- Procéder à l'affichage de *x* dans la fenêtre 2.

Commandes de Synchronie
Configuration de l'affichage

Menu **Paramètres - Courbes**
Sélectionner **x** et cocher Fenêtre 2
Éventuellement renseigner Nom
Menu **Paramètres - Fenêtres**
Echelle en Y
Calibrer sur : **TOTALITÉ**
Valider par **OK**.

3. Calculs de dérivées

- Calculer la dérivée numérique de la grandeur *x*. => *v*
- Calculer la dérivée numérique de la grandeur *v*. => *a*
- Procéder à l'affichage de *x*, *v* et *a* la fenêtre 2.
- Noter l'allure des courbes *v* et *a* obtenues et leurs phases par rapport à *x*.

Remarque : le calcul de la dérivée peut se faire :

- soit suivant la méthode ci-contre
- soit dans la feuille de calcul avec la fonction **DERIV** ex : *v* = **DERIV**(*x*,*t*)

La fonction dérivée est généralement « bruitée » : on peut améliorer l'allure du graphe obtenu en utilisant la fonction **LISSAGE**
 ex : *v* _{corr} = **LISSAGE**(*v*)

Commandes de Synchronie
Dérivée

Menu : **Traitement** puis **Dérivation**
Définition des variables
Variable source : **x**
Variable destination : **v**
Propriétés
Dériver par rapport à : **T**
Échelle adaptée à la source :
Valider par **Ok**

1° On pose $x = x_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi\right)$
 Donner les expressions de la vitesse *v* et de l'accélération *a*.
 Quelle est la phase de *v* par rapport à *x* et celle de *a* par rapport à *x*.
 2° L'étude expérimentale à l'ordinateur donne-t-elle les mêmes phases ? Comment peut-on expliquer que les courbes *v* et *a* affichées ne soient pas « régulières », en particulier la courbe *a* ?

3. Étude énergétique

- En utilisant le menu **Traitements - Feuille de calcul** :
Taper : $m = \dots$ (indiquer la valeur de la masse + celle du fil AB en kg)
 $k = \dots$ (indiquer la valeur de la raideur du ressort en N/m)
 $E_k = 0,5 * m * v^2$
 $E_p = 0,5 * k * x^2$
 $E_m = E_k + E_p$
Cliquer sur **Calculer** puis sortir de la fenêtre (cliquer sur **Quitter**)
- Procéder à l'affichage de E_k , E_p et E_m dans une nouvelle fenêtre.
Observez les courbes dans la fenêtre **6**, que pensez-vous de E_m ?
- Procéder à l'affichage de x dans la fenêtre **6**.
Comparer la période de x à celle de E_k et E_p .

Remarque : si la courbe x n'est pas exactement centrée, les calculs de l'énergie potentielle ne sont pas convenables. Dans ce cas, utiliser le réticule pour déterminer la valeur d du décalage puis modifier la ligne de calcul de x dans la feuille de calcul.

- 1° Comparer les allures de E_k et E_p . Expliquer les différences de période entre x et E_k ou E_p .
- 2° L'énergie mécanique est-elle constante ? Si non, proposez une explication.

Montrer l'enregistrement au professeur

- Enregistrer le fichier.

5. Etude sur un temps d'enregistrement plus long

- Sans rien modifier dans les différentes fenêtres, configurer pour faire un enregistrement de 1000 ou 1500 points de mesure avec $\Delta t = 20$ ms pour l'échantillonnage
- Effectuer un enregistrement
- Observations ?

6. Prolongement expérimental possible (facultatif)

L'étude du mouvement de l'oscillateur faite précédemment se limite aux grandeurs cinématiques (x , v , a) ou énergétiques (E_p , E_k , E_m) en fonction du temps. On se propose d'avoir une approche équivalente mais d'un autre point de vue dit dans « l'espace des phases »

- En utilisant le menu **Traitements - Feuille de calcul** :
définir les grandeurs (puis faire calculer par F2)
 $X_red = \frac{x}{Max(x)}$ (ou $x_1 = X_red = \frac{x}{A}$ A : valeur trouvée lors de la modélisation)
 $V_red = \frac{v}{Max(v)}$

- Procéder à l'affichage de V_red en fonction de X_red dans une nouvelle fenêtre

Attention, l'abscisse n'est plus le temps ! .. voir réglage ci-contre

- Observations ? Interprétation ?

Commandes de Synchronie Configuration de l'affichage

Menu **Paramètres - Courbes**
Sélectionner **x** et cocher Fenêtre **X**
Renseigner Nom : **V_red**
Cocher : Abscisse spéciale => **X_red**
Menu **Paramètres - Fenêtres**
Abscisse : **X_red**
Echelle en Y
Calibrer sur : **TOTALITÉ**
Valider par **OK**

7. Energie potentielle de pesanteur – énergie potentielle élastique

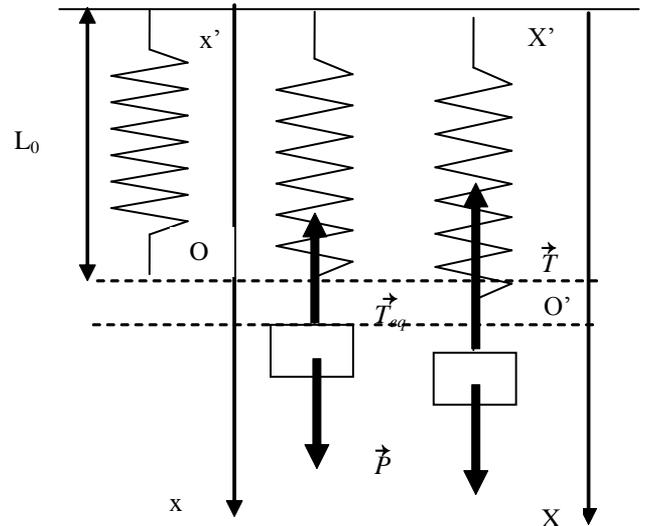
(questions à traiter pour le compte rendu sur feuille réponse)

Dans l'étude énergétique précédente, ne sont considérées que les énergies cinétique et potentielle élastique du ressort.

Or, la masse étant en interaction avec la Terre, il convient également de prendre en compte l'énergie potentielle de pesanteur.

On se propose de démontrer que le choix du repère fait lors de l'étude expérimentale permet de ne pas prendre en compte l'énergie potentielle de pesanteur dans l'étude énergétique.

Soit le schéma ci-contre représentant le ressort à vide, le ressort avec la masse à l'équilibre et le ressort avec la masse en mouvement.



Questions :

- 1) L'étude énergétique faite avec Synchronie est faite dans quel repère ? ($x'x$ d'origine O ou $X'X$ d'origine O') ?
- 2) Ecrire la relation vectorielle d'équilibre :
- 3) Projeter cette relation dans le repère $x'x$ (on appellera x_{eq} : l'allongement à l'équilibre)
- 4) Etablir la relation entre l'abscisse x de la masse dans le repère $x'x$ et son abscisse dans le repère $X'X$.
- 5) Etablir l'expression de l'énergie potentielle $E_{p\ total\ x'x}$ (élastique et de pesanteur) de la masse dans le repère $x'x$.
- 6) Etablir l'expression de l'énergie potentielle élastique $E_{p\ élastique\ X'X}$ du ressort dans le repère $X'X$
- 7) Etablir la relation entre les deux expressions $E_{p\ élastique\ X'X}$ et $E_{p\ total\ x'x}$
- 8) Montrer que l'étude expérimentale faite revient donc en prendre en compte toutes les énergies potentielles intervenant dans le problème. (On attend ici une réponse argumentée : c'est la qualité de l'argumentation qui sera évaluée)

4. Modélisation (partie à conserver de façon facultative)

A. Recherche empirique d'un modèle sinusoïdal

Il est préférable de recommencer une acquisition (après avoir éventuellement effectuer une sauvegarde) lorsque la durée totale d'acquisition dépasse 4 ou 5 périodes.

- Faire afficher x dans une nouvelle fenêtre (par ex Fenêtre 3)
- Utiliser le **réticule** pour déterminer l'amplitude A et la date t₁ de 1er passage à l'élongation maximale de la courbe x.
- En utilisant le menu **Traitements - Feuille de calcul** :
définir la grandeur $x_1 = A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \frac{(t-t_1)}{T_0})$ puis la faire calculer (F2)
- Procéder à l'affichage de x₁ et x dans la fenêtre 3.
- Comparer la courbe expérimentale A0 au modèle x
Modifier éventuellement les valeurs de T, A ou t₁ en retournant dans la feuille de calcul.
- Noter sur la fiche réponse les valeurs trouvées.

Commandes de Synchronie
Feuille de calcul

Menu : **Traitement** puis **Feuille de calcul**
 Taper : T₀ = ...
 A =
 t₁ =
en donnant à A et t₁ les valeurs numériques déterminées ci-dessus et à T la valeur calculée au paragraphe 1.

$$x_1 = A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \frac{(t-t_1)}{T_0})$$
 Cliquer sur le bouton **Calculer (ou F2)**
 Sortir de la fenêtre (cliquer sur **Quitter**)

1° Donner l'expression du modèle trouvé (valeurs de T₀, A et t₁).

2° Montrer que la détermination du modèle en utilisant cette expression est sans doute plus simple que d'utiliser $x_1 = A \cos(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi)$.

3° L'ajustement du modèle sinusoïdal à la courbe expérimentale vous paraît-il satisfaisant ? Sinon à quoi attribuez-vous les écarts ?

B. Modélisation effectuée par le logiciel Synchronie (cas de l'amortissement faible)

- Faire afficher x dans une nouvelle fenêtre (par Fenêtre 4)
- Dans **Traitement - Modélisation**, effectuer la modélisation par le logiciel Synchronie de la grandeur x par la fonction sinusoïdale :

$$x_m \cos(\frac{2\pi}{T_0} (t-t_1))$$
- Lorsque « solution optimale trouvée » est affichée, noter les valeurs finales affichées.
- Éventuellement, procéder à l'affichage du modèle dans la fenêtre 3.

Remarque :

Si la recherche est divergente, modifier les paramètres pour faciliter la recherche du modèle, ou ne pas cocher l'un des paramètres (par exemple T₀ qui est connu par ailleurs avec une bonne précision). Relancer le calcul.
 Lorsque la recherche aura abouti, on pourra remplacer les valeurs initiales par celles retournées par le logiciel, puis cocher à nouveau « actif » et enfin effectuer une recherche avec le dernier coefficient T₀ en mettant son état sur **actif**.

Commandes de Synchronie
Modélisation

Menu : **Traitement** puis **Modélisation**
 Variable à modéliser :
 Nom : **x**
 Définition du modèle :
 Nom : **Modèle**
 Sélectionner « autre fonction » et écrire :

$$X_m \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \frac{(t-t_1)}{T_0})$$
 puis valider.
 Entrer des valeurs vraisemblables des 3 paramètres, puis cocher **actif** pour les 3 paramètres. (X_m, t₁, T₀)
 Cliquer sur « Optimiser ».
 Sortir de la fenêtre (cliquer sur **Quitter**)

1° Donner l'expression du modèle trouvé (valeurs de T₀, x_m, t₁).

2° L'ajustement du modèle à la courbe expérimentale vous paraît-il satisfaisant ? Ces valeurs sont-elles comparables à celles trouvées lors de la recherche empirique ?

LE RESSORT VERTICAL : un transformateur d'énergie ?

Feuille Réponse

Rem : Attention aux unités, chiffres significatifs, etc.

Description de l'expérience

k = m = Δt = Nombre de points =

1. Période

Période ou de pseudo-période ? Pourquoi ?

T = U(T) =

Méthode pour mesurer T :

Valeur « théorique » : T₀ =

Comparaison de T et T₀ :

2. Calculs des dérivées

Phase de v par rapport à x :

Phase de a par rapport à x :

Expressions calculées en prenant $x = x_m \cos(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi)$:

v =

a =

Conclusions :

3. Étude énergétique

Allures de E_k et E_p :

Période de E_k et E_p : ... T_{energie} =

Comparer T_{energie} et T₀. Interprétation ?

Terminale S

(Faire une représentation approximative d'une à deux périodes)

L'énergie mécanique est-elle constante ?

Enregistrement sur une durée longue : Observations ? Interprétation

6. Prolongement expérimental possible (facultatif)

Enregistrement dans l'espace des phases : Observations ? Interprétation

7. Energie potentielle de pesanteur – énergie potentielle élastique

(questions à traiter pour le compte rendu sur feuille réponse)

Questions :

1) L'étude énergétique faite avec Synchronie est faite dans quel repère ? ($x'x$ d'origine O ou $X'X$ d'origine O') ?

2) Ecrire la relation vectorielle d'équilibre :

3) Projeter cette relation dans le repère $x'x$ (on appellera x_{eq} : l'allongement à l'équilibre)

4) Etablir la relation entre l'abscisse x de la masse dans le repère $x'x$ et son abscisse dans le repère $X'X$.

5) Etablir l'expression de l'énergie potentielle $E_{p\ total\ x'x}$ (élastique et de pesanteur) de la masse dans le repère $x'x$.

6) Etablir l'expression de l'énergie potentielle élastique $E_{p\ élastique\ X'X}$ du ressort dans le repère $X'X$

7) Etablir la relation entre les deux expressions $E_{p\ élastique\ X'X}$ et $E_{p\ total\ x'x}$

8) Montrer que l'étude expérimentale faite revient donc en prendre en compte toutes les énergies potentielles intervenant dans le problème. (On attend ici une réponse argumentée : c'est la qualité de l'argumentation qui sera évaluée)

