Exercice oscilloscope correction

- Bilan des forces : $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ et $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$.
- Représentation du vecteur champ électrique $\vec{E}$ sur le schéma et valeur :

$$E = \frac{|U_{AB}|}{d}$$
$$E \approx \frac{141}{3 \cdot 10^{-2}}$$
$$E \approx 4{,}7 \cdot 10^{3}\ V/m$$

- Le champ électrique est orienté dans le sens des potentiels décroissants en conséquence de A vers B car $U_{AB} = V_A - V_B > 0$.
- Représentation de $\vec{P}$ et $\vec{F}$: même direction mais sens opposés.
- Comparaison des valeurs :

$$\frac{P}{F} = \frac{8{,}9 \times 10^{-30}}{7{,}5 \times 10^{-16}} \approx 1{,}2 \times 10^{-14}$$

- En conséquence, P << F on peut négliger les effets du poids devant celui de la force électrique.
- Théorème du centre d'inertie :
- Dans un référentiel galiléen, la somme des vecteurs forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de la masse du solide par le vecteur accélération de son centre d'inertie qui est également ici son centre de gravité (*attention, le centre de gravité est le point d'application du poids alors que le centre d'inertie est « barycentre » des masses : ces deux points sont confondus dans le cas d'un point matériel (évidemment !) ou lorsque le champ de pesanteur est uniforme sur l'ensemble du système étudié*)
- On écrit :
- $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$ En conséquence : $\vec{F} = q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a}_G$
- On tire de cette relation : $\vec{a}_G = -\frac{e}{m} \cdot \vec{E}$.

$\vec{a}_G$
Même direction que le vecteur champ électrique
Sens contraire au champ électrique
Valeur : $a = \frac{e}{m} \cdot E = \frac{e}{m} \cdot \frac{U_{AB}}{d}$

► Étude cinématique : Soient les conditions initiales qui vont servi pour les « intégrations » successives :

$$\overrightarrow{OG_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \qquad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$$

- Coordonnées du vecteur accélération :

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = a = \frac{e}{m} \cdot E = \frac{e}{m} \cdot \frac{U_{AB}}{d} \\ a_z = 0 \end{cases}$$

En conséquence $\vec{a}_G = \frac{e}{m} \cdot \frac{U_{AB}}{d} \cdot \vec{j}$

- Coordonnées du vecteur vitesse : on utilise
- $$\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt}$$

$\vec{v}_G \begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = a \cdot t + v_{0y} \\ v_z = v_{0z} \end{cases}$	D'après les conditions initiales	$\vec{v}_G \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = a \cdot t \\ v_z = 0 \end{cases}$

- Coordonnées du vecteur position : on utilise
- $$\vec{v}_G = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$$:

$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = v_0 \cdot t + x_0 \\ y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + y_0 \\ z = z_0 \end{cases}$	D'après les conditions initiales	$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = v_0 \cdot t \\ y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ z = 0 \end{cases}$

- Comme v_z =0 et z = 0, ceci $\forall t$, le mouvement des électrons a lieu dans le plan xOy.
- Équation de la trajectoire : on élimine le temps t entre x et y pour exprimer y = f(x).
- $$y = \frac{1}{2} \frac{a}{v_0^2} x^2$$
- À l'intérieur du condensateur, les électrons décrivent un arc de parabole d'axe vertical Oy.
- Distance verticale de déviation des électrons à la sortie du condensateur.
- Le point S a pour coordonnées :
- x_S = L et y_S = ?
- En conséquence : $$y_S = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{v_0^2} \cdot L^2$$
- En remplaçant a par sa valeur : $$y_S = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{U_{AB}}{d} \cdot \frac{L^2}{v_0^2}$$
- Application numérique :
- $$y_S = \frac{1}{2} \cdot \frac{1{,}6 \times 10^{-19}}{9{,}1 \times 10^{-31}} \cdot \frac{141}{0{,}03} \cdot \frac{0{,}15^2}{\left(3 \times 10^7\right)^2}$$
$$y_S \approx 1{,}03 \times 10^{-2} \text{ m}$$
$$y_S \approx 1{,}0 \text{ cm}$$
- Que se passe-t-il à partir du point S ?
- A la sortie du condensateur, on peut considérer que la force électrique est pratiquement nulle.
- La vitesse des électrons étant très grande, on peut considérer que l'effet du poids sur le mouvement des électrons est négligeable.

- Le mouvement des électrons est pratiquement rectiligne "uniforme" sur la courte distance qui sépare le point S de l'écran.
- La direction des électrons à la sortie du condensateur est celle de la tangente à la parabole au point S.
- L'équation de cette tangente est du type y = k.x + p avec :
- $$k = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=L} = \frac{e}{m}\cdot\frac{U_{AB}}{d}\cdot\frac{L}{v_0^2}$$
- Propriété de la parabole liée au points x_C et x_S.
- $$\tan\theta = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=L} = 2.k.x$$
- Car la parabole est du type y = k . x^2

D'autre part :

- $$\tan\theta = \frac{y_S}{x_S - x_C} = \frac{k\cdot L^2}{L - x_C} = 2\cdot k\cdot L \Rightarrow 2(L - x_C) = L \Rightarrow x_C = \frac{L}{2}$$
- De plus :
- $$\tan\theta = \frac{IJ}{D} = \frac{y_S}{\frac{L}{2}} \Rightarrow IJ = \frac{2\cdot D\cdot y_S}{L}$$
- En remplaçant y_S par son expression littérale
- $$IJ = \frac{e}{m}\cdot\frac{D}{d}\cdot\frac{L\cdot U_{AB}}{v_0^2}$$
- Application numérique :

$$IJ = \frac{1{,}6\times10^{-19}}{9{,}1\times10^{-31}}\cdot\frac{0.20}{0{,}03}\cdot\frac{0{,}15\times141}{\left(3\times10^7\right)^2}$$

- $$IJ \approx 2{,}75\times10^{-2}\,m \approx 2{,}75\,cm$$
- Valeur de la vitesse au point S :
- On utilise le théorème de l'énergie cinétique :
-

$$\text{Instant } t_0 = 0 \begin{cases} \textbf{Position O} \\ x_0 = 0 \\ E_{C_0} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \end{cases} \quad \xrightarrow{W_{O\to M}(\vec{F})} \quad \text{Instant } t_1 \begin{cases} \textbf{Position S} \\ y_S = 0 \\ E_{C_S} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_S^2 \end{cases}$$

- $$\Delta E_C = E_{C_S} - E_{C_0} = W_{0\to S}\left(\vec{F}\right) = \vec{F}\cdot\overrightarrow{OS} = -e\cdot\vec{E}\cdot\overrightarrow{OS} = e\cdot\vec{E}\cdot\overrightarrow{SO} = e\cdot U_{SO}$$
- Il faut donc calculer la tension U_{SO}.
- On peut faire une résolution rapide :

U_{AB} = 141 V U_{SO} = 47 V

d = 3,0 cm   d' = 1,0 cm

- $$\Delta E_C = \frac{1}{2} m \cdot v_S^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = e \cdot U_{SO} \Rightarrow v_S = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_{SO}}$$
- Application numérique :
- $$v = \sqrt{\left(3{,}0 \times 10^7\right)^2 + 2 \times \frac{1{,}6 \times 10^{-19}}{9{,}1 \times 10^{-31}} \times 47}$$
$$v \approx 3{,}0 \times 10^7 \, m/s$$
- En conséquence, la valeur de la vitesse varie peu sur le trajet OS.
- On peut utiliser la méthode suivante :
- Comme le travail de la force électrique ne dépend pas du chemin suivi, on peut travailler avec l'expression suivante :
- $$W_{0 \to S}\left(\vec{F}\right) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{OS} = -e \cdot \vec{E} \cdot \overrightarrow{OS} = e \cdot \vec{E} \cdot \overrightarrow{SO} = e \cdot U_{SO}$$
- Dans un premier temps, on s'intéresse au produit scalaire et aux coordonnées des vecteurs dans le repère d'étude.
- $$\vec{E} = -E \cdot \vec{j} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OS} = (x_S - x_O) \cdot \vec{i} + (y_S - y_O) \cdot \vec{j}$$
$$\text{en conséquence : } \overrightarrow{SO} = (x_O - x_S) \cdot \vec{i} + (y_O - y_S) \cdot \vec{j}$$
$$\vec{E} \cdot \overrightarrow{SO} = U_{SO} = -E \cdot (y_O - y_S) = E \cdot y_S$$
$$U_{SO} = \frac{U_{AB}}{d} \cdot y_S$$
$$U_{SO} \approx 47 \quad V$$
- Durée du parcours : on considère que :
- $$v \approx v_0 \Rightarrow \Delta t \approx \frac{L}{v_0} \approx \frac{0{,}15}{3{,}0 \times 10^7}$$
$$v \approx 5{,}0 \times 10^{-9} s$$
- Si on applique une tension alternative de fréquence f = 100 Hz, alors la période T = 0, 020 s.
- On peut considérer que pendant le temps Δt la tension est pratiquement constante.
- On observe donc un trait vertical car la tension varie entre - U_m et + U_m.
- Si f = 1000 MHz, la période T = 1,0 x 10^{-9} s en conséquence : T et Δt sont du même ordre de grandeur.
- Aucun phénomène n'est observable, l'oscilloscope n'est pas adapté à la tension.
- Il ne peut pas la visualiser.