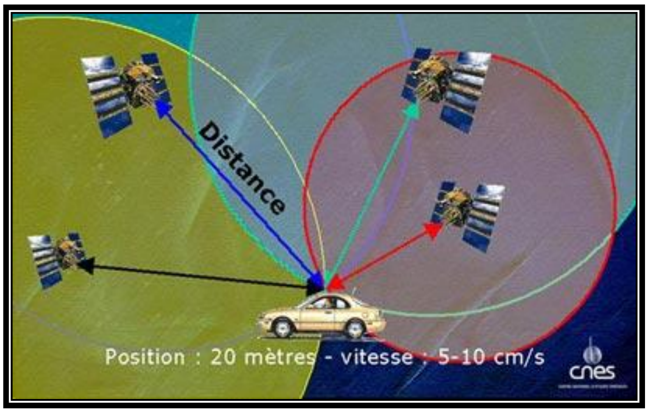
ACTIVITE : QUELLE EST L'INFLUENCE DE LA RELATIVITE SUR LE FONCTIONNEMENT DES G.P.S ?

Présentation très générale : *http://www.explania.com/fr/chaines/technologie/detail/comment-fonctionne-un-gps*

Le système GPS (Global Positionning System)

http://www2.cndp.fr/themadoc/einstein/Fen2GPS.htm



Les idées d'Einstein sur le repérage des événements et la synchronisation des horloges se sont largement réalisées dans les systèmes de navigation par satellites. Le plus connu est le GPS qui est constitué d'une constellation de 24 satellites en orbites à environ vingt mille kilomètres de la Terre.

Ces satellites possèdent des horloges atomiques qui ont été préalablement synchronisées et émettent de manière continue des ondes radios codées. Votre récepteur au sol est capable de déterminer avec précision l'heure exacte à laquelle le signal a été envoyé par un satellite. On en déduit la distance satellite-récepteur en multipliant par la vitesse de la lumière la différence entre le temps d'émission avec le temps de réception. En principe, les signaux de trois satellites suffisent pour déterminer les trois inconnues de position du récepteur, c'est-à-dire la latitude, la longitude et l'altitude. En réalité, l'horloge propre au récepteur n'est pas aussi précise que les horloges atomiques des satellites et elle peut se désynchroniser par rapport à ces dernières. **Or un décalage d'un millionième de seconde entraîne une erreur sur la position de trois cents mètres**. Cette erreur de synchronisation est éliminée grâce au signal d'un quatrième satellite. En pratique, l'erreur de localisation après calculs atteint quelques mètres pour les GPS commerciaux.

Il convient cependant de noter plusieurs subtilités qui sont au cœur de la théorie de la relativité restreinte. D'abord les satellites GPS, de par leurs altitudes, ne sont pas en orbites géostationnaires : vus du sol, ils sont en mouvement dans le ciel. Transformer des durées en distance n'a de sens uniquement parce que la vitesse de la lumière ne dépend pas de la vitesse de la source. **Ensuite, les horloges des satellites se désynchronisent par rapport au sol : elles vivent en effet au rythme du temps propre du satellite qui diffère du rythme des horloges terrestres. À une altitude de 20 000 km, le satellite a une vitesse d'environ 3,85 km/s par rapport à la Terre, ce qui entraîne un retard de 82 picosecondes par seconde entre l'horloge de bord et les horloges du sol. Le retard cumulé est donc d'environ 7,1 microsecondes par jour.**

À cela s'ajoute un effet de relativité générale[1] : en vertu de l'équivalence masse-énergie révélée par la formule $E = mc^2$ le champ gravitationnel de la Terre agit sur la lumière. En effet, celle-ci est constituée de grains élémentaires, les photons, certes sans masse mais possédant une énergie. Quand un photon gagne de l'altitude, sa fréquence diminue : on montre que l'horloge satellisée gagne près de 46 microsecondes par jour par rapport au sol. Les deux effets (en sens opposés !) cumulés soit 39 microsecondes d'avance par jour, provoqueraient, s'ils n'étaient pas compensés, une erreur de douze kilomètres par jour sur la localisation !

1 Plus précisément, le principe d'équivalence (on peut confondre localement l'effet d'un champ de gravitation avec celui d'une force d'inertie) suffit.

QUESTIONS :

1. Quelle est la nature des ondes émises par les satellites utilisés pour le système GPS ? Quelle est leur vitesse de propagation ?

2. Evaluer le temps minimal de propagation du signal entre un satellite et un utilisateur terrestre.

3. Justifier l'affirmation du texte : « *Or un décalage d'un millionième de seconde entraîne une erreur sur la position de trois cents mètres* ».

4. Comment expliquer que les horloges des satellites « *vivent en effet au rythme du temps propre du satellite qui diffère du rythme des horloges terrestres* » ?

5. Exprimer le temps Δt_0 mesuré par l'horloge du satellite par rapport au temps Δt mesuré par une horloge terrestre.

6. En utilisant l'approximation suivante : si ε petit devant 1, $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\,\varepsilon$, montrer qu'on peut écrire que : $\Delta t = \Delta t_0\,(1 + \frac{\beta^2}{2})$ avec $\beta = \frac{v}{c}$

7. Retrouver par le calcul le décalage de 82 ps et de 7,1 µs/jour évoqué dans le texte.

8. A quel décalage spatial quotidien cela correspond-il ? Est-ce acceptable pour le système GPS ?