

DST n°6

Dans toute la suite des exercices dont les textes originaux n'ont pas été modifiés, les incertitudes sur la grandeur X sont écrites Δx au lieu de l'écriture normalisée $U(X)$

EXERCICE I - (10 points)

La mesure du déplacement vers le rouge, par effet Doppler, de raies caractéristiques des spectres émis par des sources lointaines (galaxies, quasars etc.) est la preuve d'un univers en expansion, aussi bien que le moyen de mesurer la vitesse d'éloignement de ces objets lointains. En faisant appel à des modèles cosmologiques, on peut tirer des informations sur la distance de ces sources à la Terre.

D'après Boratav & R. Kerner, *Relativité, Ellipse, 1991*

Dans cet exercice, on se propose de déterminer la vitesse d'éloignement d'une galaxie puis sa distance par rapport à un observateur terrestre.

Les documents utiles à la résolution sont donnés aux pages 3 et 4.

1. L'effet Doppler (voir document 1)

Pour des vitesses largement inférieures à la célérité c de la lumière, on se place dans le cadre non-relativiste. Choisir, en justifiant, la relation entre λ_0 , la longueur d'onde mesurée en observant une source immobile, et λ' , la longueur d'onde mesurée en observant la même source s'éloignant à la vitesse v :

$$(1) \lambda' = \frac{v}{c} \cdot \lambda_0 \quad (2) \lambda = \lambda_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad (3) \lambda = \lambda_0 (c - v) \quad (4) \lambda = \lambda_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

2. Détermination de la vitesse d'une galaxie

2.1. Rechercher les longueurs d'onde des raies H_α , H_β et H_γ pour le spectre de l'hydrogène sur Terre et les longueurs d'onde de ces mêmes raies lorsqu'elles sont issues de la galaxie TGS153Z170. Compléter les deux premières colonnes du tableau donné en **ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**.

Choix du modèle d'étude

2.2.1 En se plaçant dans le cadre non-relativiste montrer que l'expression de la vitesse v de la galaxie est : $v = c \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0} - 1 \right)$.

2.2.2 Calculer la valeur de la vitesse de la galaxie TGS153Z170 en travaillant avec les valeurs de la raie H_β . On donne la relation d'incertitude suivante pour la vitesse : $\Delta v = \sqrt{2} c \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$. On exprimera le résultat sous la forme : $v \pm \Delta v$. Les valeurs numériques sur les spectres sont données à ± 1 nm.

2.2.3 Dans le cadre relativiste ($v \approx c$), on montre que la vitesse v_{rel} a pour expression :

$$v_{rel} = c \cdot \frac{\left(\frac{\lambda'}{\lambda_0}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\lambda'}{\lambda_0}\right)^2 + 1}. \text{ Pour la galaxie TGS153Z170, on trouve } v_{rel} = (1,27 \pm 0,09) \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Si l'écart relatif entre les deux vitesses précédemment calculées est inférieur à 5%, on peut choisir le modèle non relativiste plus simple à utiliser. Justifier le choix du modèle non-relativiste pour la suite de l'exercice.

2.3. Décalage vers le rouge

2.3.1. En comparant les longueurs d'onde λ_0 et λ' , justifier l'expression « décalage vers le rouge ».

2.3.2. On définit le décalage spectral relatif z défini par $z = \frac{\lambda' - \lambda_0}{\lambda_0}$. On montre que z ne dépend pas de la raie choisie. Compléter la troisième colonne du tableau donné en **ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**.

2.3.3. En déduire la meilleure estimation de z pour la galaxie TGS153Z170.

2.3.4. À l'aide de la définition de z montrer que $z = \frac{v}{c}$.

2.3.5. Calculer la nouvelle valeur de la vitesse d'éloignement de la galaxie. Expliquer pourquoi cette valeur est plus pertinente que celle calculée à la question 2.2.2.

3. Détermination de la distance d'une galaxie

En 1929, Edwin Hubble observe depuis le Mont Wilson aux USA le décalage Doppler de dizaines de galaxies. Ses mesures lui permettent de tracer le diagramme qui porte son nom. Il en déduit une relation simple entre la vitesse d'éloignement v d'une galaxie et sa distance d par rapport à la Terre : $v = H.d$ où H est la constante de Hubble.

3.1. Déterminer la valeur de la constante de Hubble H en $\text{km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$.

3.2. Établir l'expression de la distance d de la galaxie à la Terre en fonction de c , z et H . En déduire la distance en Mpc de la galaxie TGS153Z170 à la Terre.

4. Comparaison des spectres de deux galaxies

4.1. Lequel des spectres des galaxies TGS153Z170 et TGS912Z356 est un spectre d'absorption ?

4.2. De ces deux galaxies, laquelle est la plus éloignée de la Terre ? Justifier.

DOCUMENTS DE L'EXERCICE I

Données :

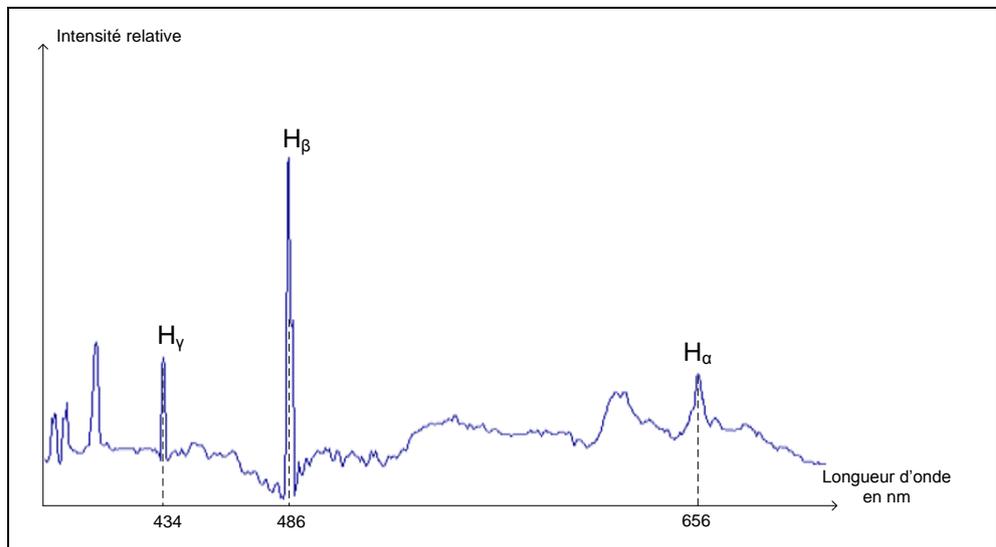
- vitesse de propagation la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$;
- Le parsec est une unité de longueur utilisée par les astronomes de symbole pc : $1 \text{ pc} = 3,08 \times 10^{16} \text{ m}$

Document 1 : Principe de l'effet Doppler.

	
<p>observateur</p> <p style="margin-left: 100px;">source</p>	<p>observateur</p> <p style="margin-left: 100px;">source</p>
<p>L'observateur mesure la longueur d'onde λ_0 du signal lumineux émis par une source immobile.</p>	<p>L'observateur mesure la longueur d'onde λ' du signal lumineux émis par la même source s'éloignant à la vitesse v. On obtient $\lambda' > \lambda_0$.</p>

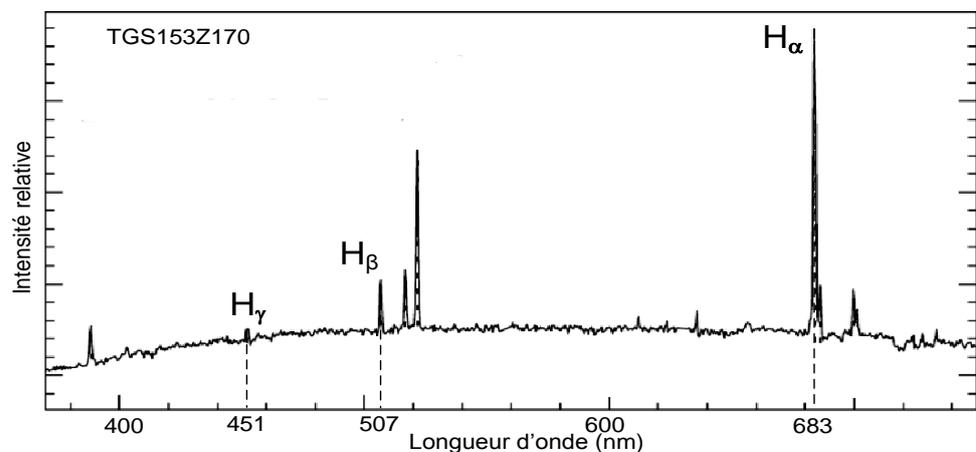
Document 2 :

Spectre d'émission de l'hydrogène mesuré sur Terre obtenu avec une source présente au laboratoire

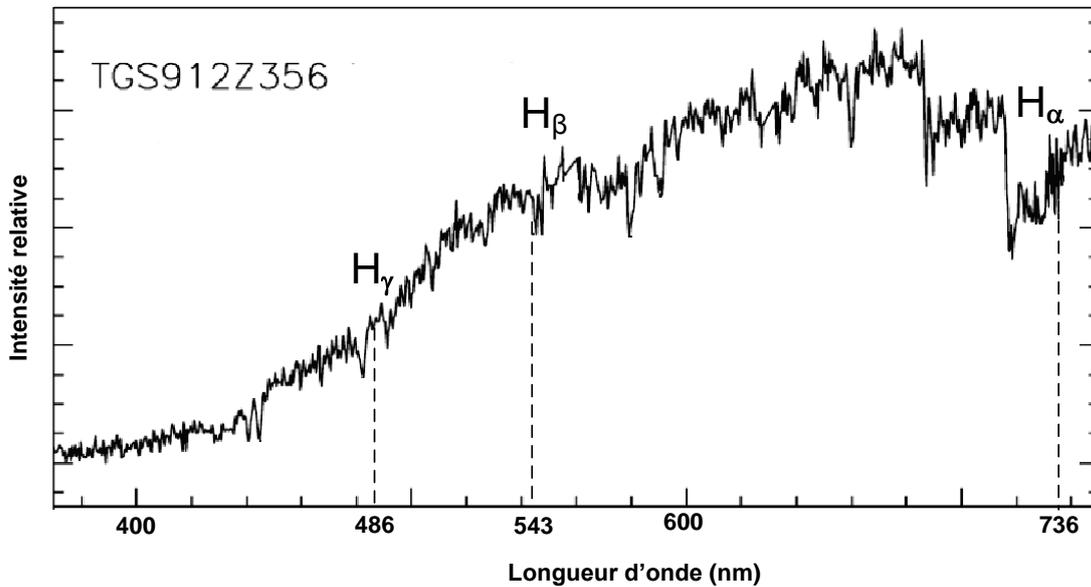


Document 3 :

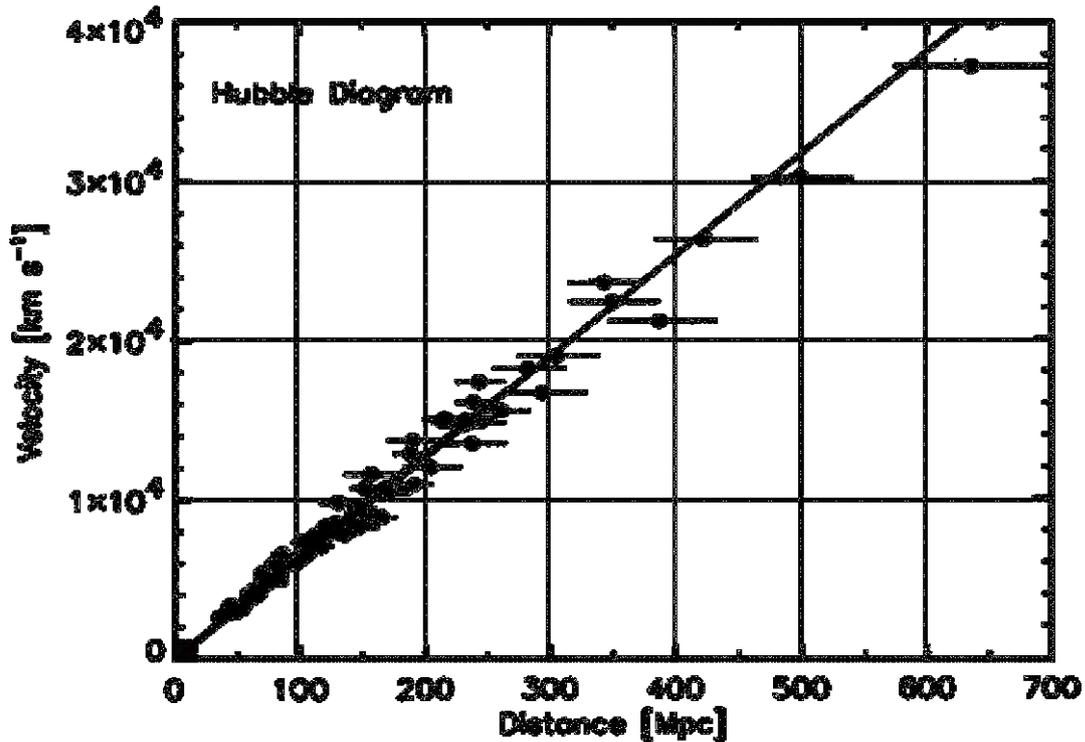
Spectre de la galaxie TGS153Z170 avec indexage des raies (source M. Colless et al. *The 2dF Galaxy Redshift Survey: spectra and redshifts*, Mon. Not. R. Astron. Soc. 328, 1039-1063 (2001))



Document 4 : Spectre de la galaxie TGS912Z356 avec indexage des raies (source M. Colless et al., *The 2dF Galaxy Redshift Survey: spectra and redshifts*, Mon. Not. R. Astron. Soc. 328, 1039-1063 (2001))



Document 5 : Diagramme de Hubble (source Kirshner R P PNAS 2004;101:8-13)



EXERCICE II - (10 points)

Le pH des liquides biologiques doit être maintenu dans des fourchettes étroites pour que la vie soit possible. Un changement de pH perturberait très sérieusement le métabolisme des organismes vivants. Les différents milieux disposent de systèmes tampon performant pour maintenir constant leur pH.

L'objectif de l'exercice est de comprendre le maintien et la régulation du pH des milieux biologiques, puis d'effectuer une étude de l'acide lactique, acide intervenant dans des processus biologique de notre organisme.

Donnée : Pour un couple acido-basique symbolisé A / B, on peut écrire : $\text{pH} = \text{pK}_A + \log \frac{[B]}{[A]}$

Demi-équation associée au couple $\text{CO}_{2(\text{aq})} / \text{HCO}_3^- (\text{aq})$: $\text{CO}_{2(\text{aq})} + 2 \text{H}_2\text{O}(\text{l}) = \text{HCO}_3^- (\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+ (\text{aq})$

1. Les solutions tampon : maintien du pH des milieux biologiques

Document 1

Dans les milieux biologiques, les systèmes tampon amortissent les variations de pH lorsqu'il y a une perturbation de l'équilibre acide-base. L'effet du système tampon est plus efficace si la concentration en chacune des espèces le constituant est grande et si le pK_A du système tampon est proche du pH des milieux biologiques ; l'effet est maximum lorsque $\text{pH} = \text{pK}_A$.

Dans le corps humain, le pH du sang et des fluides extracellulaires varie peu autour de 7,4 et le pH normal intracellulaire est de 6,8 à 7,0 selon les cellules.

Ainsi, le pH intracellulaire est maintenu pratiquement constant grâce au système "phosphate" ($\text{H}_2\text{PO}_4^- (\text{aq}) / \text{HPO}_4^{2-} (\text{aq})$).

1.1. Donner une estimation de la valeur du pK_A du couple $\text{H}_2\text{PO}_4^- (\text{aq}) / \text{HPO}_4^{2-} (\text{aq})$.

Document 2

Un autre système tampon important dans l'organisme fait intervenir le couple dioxyde de carbone / ion hydrogénocarbonate $\text{CO}_{2(\text{aq})} / \text{HCO}_3^- (\text{aq})$. Dans les conditions normales de respiration, la concentration molaire en dioxyde de carbone dans le sang est telle que $[\text{CO}_{2(\text{aq})}] = \alpha \times p(\text{CO}_2)$. α est la constante de solubilité de valeur $\alpha = 0,030 \text{ mmol.L}^{-1}.\text{mmHg}^{-1}$ et $p(\text{CO}_2)$ la pression partielle du dioxyde de carbone dans l'alvéole pulmonaire exprimée en millimètre de mercure (mm Hg). Sa valeur est normalement $p(\text{CO}_2) = 40 \text{ mmHg}$. La concentration molaire des ions hydrogénocarbonate est $[\text{HCO}_3^- (\text{aq})] = 24 \text{ mmol.L}^{-1}$.

1.2. Sachant que le pK_A du couple $\text{CO}_{2(\text{aq})} / \text{HCO}_3^- (\text{aq})$ est égal à 6,1 à 37°C, montrer que le pH du sang humain est maintenu à la valeur habituelle dans les conditions normales de respiration.

2. Les perturbations et les mécanismes régulateurs

Document 3

Les perturbations portant sur la régulation du pH dans l'organisme peuvent provenir du métabolisme. Par exemple les acidoses métaboliques peuvent être dues à une activité physique importante au cours de laquelle un acide est fabriqué par l'organisme suite à une mauvaise oxygénation des tissus.

Dans les acidoses métaboliques, la réaction ventilatoire est rapide, elle implique une hyperventilation pour abaisser la quantité de dioxyde de carbone dans le sang, qui doit normalement diminuer en quelques minutes.

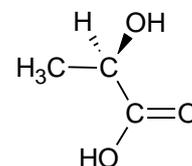
Le sang contient, à l'état normal, $1,65 \text{ g.L}^{-1}$ d'ions hydrogénocarbonate et $0,060 \text{ g.L}^{-1}$ de dioxyde de carbone dissous, les concentrations en base et en acide pouvant être régulées par contrôle de leur excrétion : $\text{CO}_{2(\text{g})}$ par voie respiratoire (rapide) et $\text{HCO}_3^- (\text{aq})$ par voie rénale (lente).

À l'aide de l'expression de la constante d'acidité du couple $\text{CO}_2(\text{aq}) / \text{HCO}_3^-(\text{aq})$, expliquer comment une hyperventilation permet de corriger une acidose métabolique.

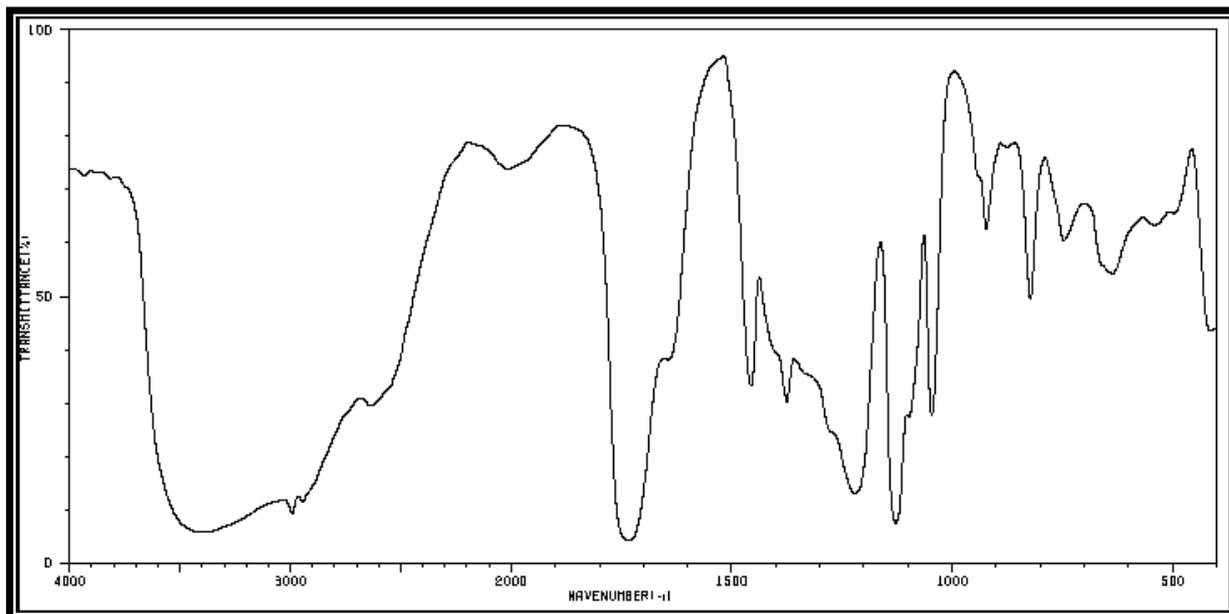
3. Un acide de l'organisme : l'acide lactique

L'acide produit par l'organisme lors d'une acidose métabolique est l'acide lactique. C'est un acide faible de formule brute $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3$.

3.1. Recopier la représentation de l'acide lactique figurant ci-contre puis entourer et nommer les groupes caractéristiques.



3.2. Sur le spectre **IR** donné de l'acide lactique, entourer les raies correspondantes aux groupements fonctionnels.



- Table spectroscopique IR simplifiée (classement par fonction) :

Fonction	liaison	Nombre d'onde (cm^{-1})	intensité
alcool	O-H alcool libre	3580-3670	F ; fine
	O-H alcool lié	3200-3400	F ; large
acide carboxylique	O-H alcool lié	3200-3400	F ; large
	C=O acide	1680-1710	F
aldéhyde	$\text{C}_{\text{al}}\text{-H}$ aldéhyde	2750-2900	m
	C=O aldéhyde	1650-1730	F
cétone	C=O cétone	1650-1730	F
ester	C=O ester	1700-1740	F
amine	N-H amine	3100-3500	m
	N-H amine	1560-1640	F ou m
amide	N-H amide	3100-3500	F
	N-H amide	1560-1640	F ou m
	C=O amide	1650-1700	

3.3. Est-ce une molécule chirale ? Justifier.

3.4. Est-ce que le carbone asymétrique est d'orientation S ou R ? Justifier.

3.5. La **figure 1** représente deux simulations de courbes de titrage pH-métrique de deux solutions aqueuses acides différentes par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})}$). Les deux acides sont l'acide chlorhydrique, un acide fort et l'acide lactique, un acide faible. La concentration molaire en soluté apporté des deux solutions aqueuses d'acide est $c = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

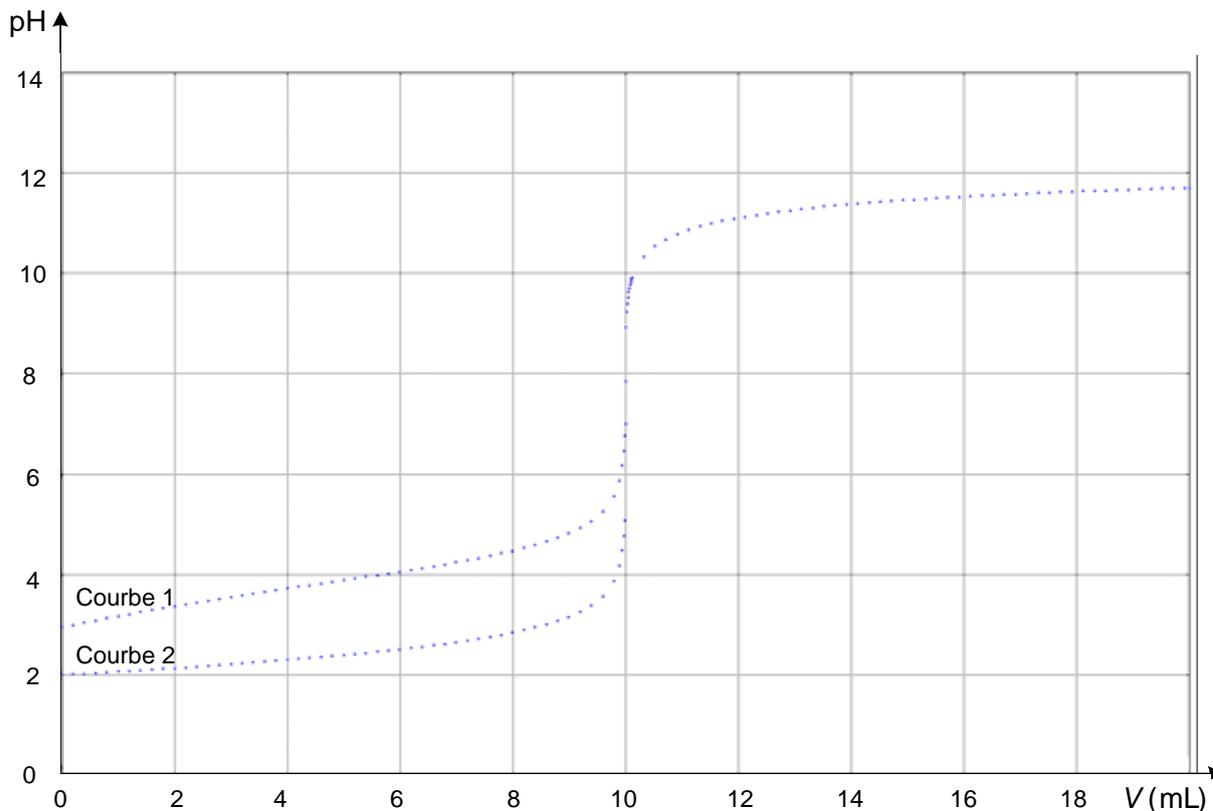
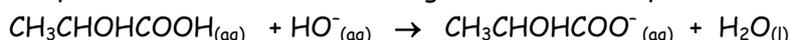


Figure 1. Titration des solutions A et B

3.5.1. Calculer le pH de la solution d'acide fort avant l'ajout de la solution aqueuse de soude et en déduire la courbe correspondant à son titrage pH-métrique.

3.5.2. On donne l'équation de la réaction de titrage de l'acide lactique :



Montrer que pour un volume de solution aqueuse de soude ajouté égal à $\frac{V_E}{2}$, V_E étant le volume versé à l'équivalence, le pH de la solution vaut $\text{p}K_A$. En déduire une estimation du $\text{p}K_A$ de l'acide lactique.

4. La précision d'un titrage

4.1. Un élève effectue le titrage colorimétrique d'un volume $V_A = (20,0 \pm 0,05) \text{ mL}$ d'une solution aqueuse d'acide lactique de concentration molaire attendue $c_A = (2,22 \pm 0,005) \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ par une solution aqueuse de soude étiquetée « concentration $c_B = (3,00 \pm 0,01) \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ ». La valeur du volume à l'équivalence relevée par un élève est $V_E = (10,1 \pm 0,3) \text{ mL}$. L'estimation de l'incertitude sur la mesure est liée au repérage de l'équivalence et à la précision de la burette dans les conditions de l'expérience. Déterminer la concentration molaire expérimentale $c_{A\text{exp}}$ en acide lactique, obtenue par l'élève.

4.2. On définit l'incertitude relative d'une grandeur X par le rapport $\frac{\Delta X}{X}$. On estime qu'une incertitude relative est négligeable devant une autre, si elle est environ dix fois plus petite.

4.2.1. Montrer que les incertitudes relatives sur V_A et c_B sont négligeables devant celle sur V_E .

4.2.2. Dans cette hypothèse, on peut montrer que l'incertitude relative $\frac{\Delta c_{A \text{ exp}}}{c_{A \text{ exp}}}$ est égale à $\frac{\Delta V_E}{V_E}$. En

déduire l'encadrement de la concentration molaire en acide lactique $c_{A \text{ exp}}$, obtenue par l'élève.

4.2.3. L'encadrement de la concentration molaire obtenue expérimentalement est-elle cohérente avec l'encadrement de la concentration molaire attendue ? Justifier.

4.2.4. Quelle(s) raison(s) pourrai(en)t expliquer un écart éventuel entre l'encadrement attendu et l'encadrement expérimental ?

Nom :.....

Classe :.....

ANNEXE DE L'EXERCICE I

A rendre avec la copie

Nom de la raie	Longueur d'onde de référence λ_0 (nm)	Longueur d'onde mesurée λ' (nm)	Décalage spectral relatif z
H ₀			
H ₀			
H ₀			