

TD n°5

Algorithmique : de la dichotomie

I Réécrire en DrScheme les versions de *mul* et *mul_dicho* vues en cours

II En s'appuyant sur le modèle de la fonction multiplication vue en cours, écrire :

1) la fonction *puis_dicho* : $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ d'élévation à la puissance

```
> (puis_dicho 2 4)
```

```
16
```

```
> (puis_dicho 3 5)
```

```
243
```

2) En utilisant l'outil de trace pour *puis* et *puis_dicho* : déterminer le nombre d'appels récursifs pour `(puis 2 128)` et `(puis_dicho 2 128)` Conclusion ?

Pour utiliser l'outil de trace

En début de fenêtre de définition, écrire :

```
(require (lib "trace.ss"))
```

Puis après évaluation de la fenêtre de définitions, taper dans la fenêtre d'évaluation :

```
(trace puis puis_dicho) ; remarque la fonction trace est une fonction n_aire
```

Pour arrêter la trace, il suffit de taper dans la fenêtre d'évaluation :

```
(untrace puis puis_dicho)
```

III Vive l'économie de pensée !

On peut remarquer que les fonctions *mul_dicho* et *puis_dicho* ont exactement la même forme.

Ecrire une fonction *travaille* permettant de passer en argument la nature de l'opération à faire sur l'argument subissant l'opération essentielle.

On pourra alors définir : `(define (mul_dicho x y) (travaille x y + 0))`
et `(define (puis_dicho x y) (travaille x y * 1))`

*Idee : Bien réfléchir à ce que représente + (et resp *) et 0 (resp 1) dans la fonction mul_dicho (resp puis_dicho) initiale*

IV Soit la fonction *somme* -vue dans le TD4- qui permet de calculer la somme des nombres : $\sum_{i=1}^n i$

En voici une version dichotomique :

```
(define (somme_dicho n)
  (if (zero? n)
      0
      (+ (mul2 (somme_dicho (div2 n)))
         (somme_impair (if (even? n) (sub1 n) n)))))
```

; avec *somme_impair* définie comme :

```
(define (somme_impair n)
  ; n est nécessairement impair
  (if (= n 1) 1 (+ n (somme_impair (sub1 (sub1 n))))))
```

1) Que fait la fonction *somme_impair* ?

2) en utilisant l'outil de trace pour *somme* et *somme_dicho* : déterminer le nombre d'appels récursifs pour `(somme 10)` et `(somme_dicho 10)` Conclusion ?

3) Faire tracer ensuite la fonction *somme_impair* (en plus des deux fonctions précédentes) !

déterminer le nombre d'appels récursifs pour `(somme 10)` et `(somme_dicho 10)`

Conclusion ? La fonction *somme_dicho* est-elle vraiment économique ? Quel est le problème de la fonction *somme_dicho* ?

On se propose d'essayer de résoudre ce problème dans le TD suivant