

## Mais d' où vient le $\sqrt{12}$ ?

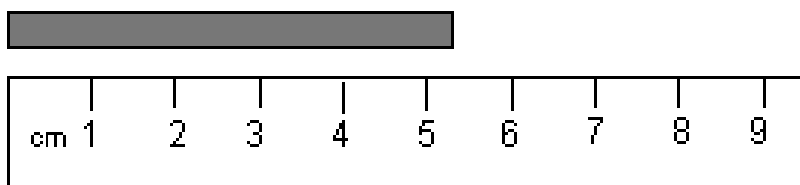
**Objectif :** On a vu en cours (voir Doc dans le Cahier de texte) que, lors du mesurage unique d' une grandeur avec un instrument gradué, on prenait comme estimation de l' incertitude absolue :

$$u(X) = \frac{1}{\sqrt{12}} \text{ (la plus petite graduation)}$$

On se propose dans cette Activité , dans une situation expérimentale simple, de légitimer ce  $\sqrt{12}$ .

### Situation expérimentale :

Prenons comme exemple la mesure d'une longueur avec une règle graduée au centimètre (voir schéma ci-dessous):



La longueur mesurée ( $L$ ) est assurément supérieure à 5 cm et inférieure à 6 cm. On écrit  $L = 5,5$  cm. Comment évaluer l'incertitude de cette mesure?

Lorsqu'on écrit  $L = 5,5$  cm, on a estimé les limites inférieure et supérieure pour  $L$ . On est sûr et certain que le résultat se situe dans l'intervalle [5,0 cm; 6,0 cm], mais on ne sait rien d'autre. La probabilité pour que la valeur de  $L$  soit située dans l'intervalle compris entre 5,0 cm et 6,0 cm est égale à 1; elle est égale à zéro en dehors de cet intervalle. On ne possède aucune connaissance spécifique sur les valeurs possibles de  $L$  à l'intérieur de l'intervalle, on peut seulement supposer que cette valeur se situe d'une manière également probable en tout point de l'intervalle.

Pour calculer l'incertitude sur  $L$ , il faut calculer l'écart-type d'une série de mesures où tous les résultats sur l'intervalle [5,0 cm; 6,0 cm] sont équiprobables.

### 1°) Evaluation de la moyenne et de l' écart-type

Premier cas: échantillonnage de 0,1 cm:

11 mesures: 5,0 cm; 5,1 cm; 5,2 cm; 5,3 cm; 5,4 cm; 5,5 cm; 5,6 cm; 5,7 cm; 5,8 cm; 5,9 cm; 6,0 cm.

Chaque mesure étant équiprobable, elle n'apparaît qu'une fois dans la liste.

➤ Dans le logiciel Excel, faire calculer la valeur moyenne et l'écart-type de ces mesures. Noter les résultats dans le tableau placé en fin de document.

Deuxième cas: échantillonnage de 0,05 cm:

21 mesures: 5,00 cm; 5,05 cm; 5,10 cm; 5,15 cm; ..... 5,85 cm; 5,90 cm; 5,95 cm; 6,00 cm.

➤ Dans le logiciel Excel, faire calculer la valeur moyenne et l'écart-type de ces mesures. Noter les résultats dans le tableau.

Troisième cas: échantillonnage de 0,02 cm:

51 mesures: 5,00 cm; 5,02 cm; 5,04 cm; 5,06 cm; 5,08 cm; 5,10 cm; ..... 5,94 cm; 5,96 cm; 5,98 cm; 6,00 cm.

➤ Dans le logiciel Excel, faire calculer la valeur moyenne et l'écart-type de ces mesures. Noter les résultats dans le tableau.

## Première S

Continuer ainsi pour un échantillonnage de 0,01 cm                      0.005 cm                      0.002 cm                      et 0.001 cm  
et compléter toutes les cellules du tableau.

Tableau de résultats :

Echantillonnage (cm)	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001
Moyenne (cm)							
Ecart-type (cm)							

### 2°) *Evaluation de la valeur limite de l'écart-type*

- Dans le logiciel Excel, tracer la courbe représentant les valeurs de l'écart-type en fonction de la valeur de l'échantillonnage.  $\sigma = f(\text{ech})$
- Indiquer l'allure de la courbe obtenue et la nature de la courbe de tendance.
- Faire calculer par le logiciel Excel l'équation de la courbe de tendance et donner l'équation obtenue (régression linéaire). On indiquera les valeurs des différents coefficients avec 4 chiffres significatifs.
- L'ordonnée à l'origine est la valeur limite de l'écart-type, lors d'un échantillonnage infiniment précis. Donc c'est la valeur de l'écart-type lorsque n'importe quelle valeur dans l'intervalle [5,0 cm; 6,0 cm] peut être le résultat de la mesure, **toutes les valeurs étant équiprobables**.
- Comparer la valeur de l'ordonnée à l'origine avec  $\frac{1}{\sqrt{12}}$ .
- Conclusion : quelle est estimation de l'incertitude absolue  $u(L)$  sur une longueur  $L$  mesurée avec une règle graduée au cm ?

### Généralisation :

*D'une manière générale, on pourra retenir que pour un instrument gradué :*

$$u(X) = \frac{1}{\sqrt{12}} \text{ (la plus petite graduation)}$$

**Exemple 1** graduation au mm                       $u(d) = \frac{1}{\sqrt{12}} 1 \text{ mm} = 0,3 \text{ mm} = 0,03 \text{ cm}$

**Exemple 2** graduation au °C                       $u(\theta) = \frac{1}{\sqrt{12}} 1 \text{ °C} = 0,3 \text{ °C}$

**Exemple 3** graduation au 0,1 mL                       $u(V) = \frac{1}{\sqrt{12}} 0,1 \text{ mL} = 0,03 \text{ mL}$