LA BALLE TOMBE-T-ELLE TOUJOURS AU MEME ENDROIT ?

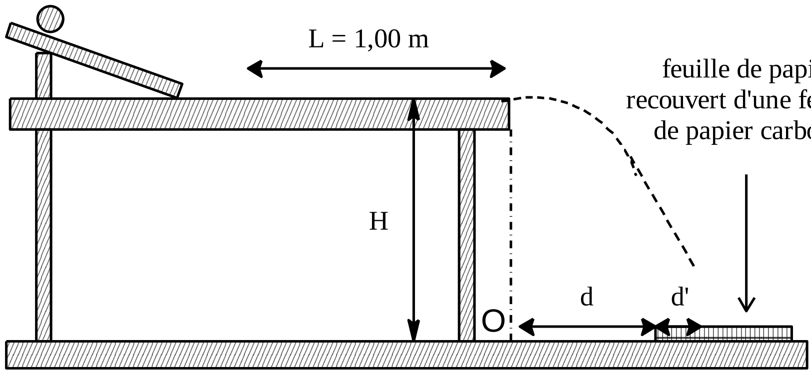
Une chute avec calcul d'incertitudes

.

Objectif : On se propose d'étudier la distance horizontale parcourue par une balle en chute d'une table vers le sol avec une analyse du calcul d'incertitudes.

1- *DISPOSITIF*

Soit le schéma du dispositif ci-contre :



Attention : Bien s'assurer que la balle sera lancée toujours dans les mêmes conditions. Pour cela, ne pas modifier l'angel d'inclinaison du système de rail. (Fixer l'extrémité et le support avec du scotch afin que le dispositif ne bouge pas pendant l'ensemble des mesures.

On appellera ***D = d + d'***

Rem : Faire quelques essais sans mesure pour vous assurer que la bille évolue toujours suivant à peu près la même direction !

2- MANIPULATION ET MESURES

A. *Etude des distances horizontales*

- Faire un premier essai, pour estimer grossièrement où tombe la balle.
- Placer une feuille de papier carbone (dont l'un des bords est scotché sur une feuille de format A3) de telle façon que le point d'impact sur le sol soit à peu près au centre de la feuille.
- Mesurer la distance ***d*** du bord de la feuille au point O à l'intersection ***de la verticale en aplomb du bord de la table*** (attention à bien repérer celle-ci) avec le sol (*prendre une valeur simple par ex d = 45 ou 50 cm*) de telle façon à n'avoir qu'à mesurer la distance ***d'*** à partir du bord de la feuille.
- Ouvrir le fichier Excel «***Etude statistique dep_chute_D*** » dans le dossier *Physique_eleves\Lagouge\TP TS\Physique\TP incertitude* (ce fichier est en « lecture seule »)
- Remplir les cases :
  - ***Nom*** (*mettre les deux noms du binôme*)
  - ***d*** (*mettre la valeur retenue : le fichier calculera ensuite automatiquement d+d')*
- Sauvegarder immédiatement ce fichier en lui donnant pour nom « ***Etude statistique xxxx*** » (***xxxx*** = votre nom)
- Faire 10 lancers puis changer la feuille de papier (repérer le bord à partir duquel faire la mesure de d' !)
- Et recommencer deux fois, de façon à avoir 30 mesures
- Faire les mesures sur les feuilles (à joindre au compte rendu) et remplir les cases correspondantes du tableau
- Observer l'histogramme construit automatiquement dans la feuille Excel « ***Histogramme_D*** »
- Remplir la feuille réponse pour les informations concernant ***D***
  (*Utiliser les informations des Annexes –Annexes du document « Doc chiffres significatifs » => Cahier de texte)*

B. *Estimation de la hauteur H*

- Mesurer H avec un mètre ruban
- Remplir le tableau réponse pour les informations sur H

C. *Estimation grossière de la vitesse horizontale V_0 de la balle*

- Faire 5 mesures de la durée Δt que met la balle pour parcourir la distance L
- Remplir le tableau de la feuille réponse et faire les calculs correspondants de moyenne, d'écart-type et d'incertitude sur V_0

3- EXPLOITATION

Répondre aux différentes questions posées sur la feuille réponse.

LA BALLE TOMBE-T-ELLE TOUJOURS AU MEME ENDROIT ?

Une chute avec calcul d'incertitudes

Feuille réponse

Nom : …………………………… Coéquipier : …………………………..

A. *Etude de D*

Exploitation directe	***Avec le logiciel « Incertitudes de mesure »***
	(suivant possibilité d'utilisation du logiciel !)
Etude de D	***Etude de D***
$D_{moyenne}$ = ……………….. $\sigma_{n-1}(D)$ = ……………….. ***Expression générale*** *de* $U(D)$ = ………………… *Valeur (pour un intervalle de confiance à 95%°) :* $U(D)$ = ………………… Donc D = …………..……..±………………….. Et $\frac{U(D)}{D}$ = ………………….%	$D_{moyenne}$ = ……………….. $\sigma_{n-1}(h)$ = ……………….. ***Expression générale*** *de* $U(D)$ = ………………… *Valeur (pour un intervalle de confiance à 95%°) :* $U(D)$ = ………………… Donc D = …………..……..±………………….. Et $\frac{U(D)}{D}$ = ………………….%

B. *Mesure de H (mesurage unique dit de type B)*

$H_{mesuré}$ = ………………..

Expression générale *de* $U(\mathrm{H})$ = …………………

Valeur (pour un intervalle de confiance à 95%°) : $U(\mathrm{H})$ = …………………

donc H = …………..……..±………………….. et $\frac{U(\mathrm{H})}{\mathrm{H}}$ = ………………….%

C. *Etude grossière de V_0*

Mesure	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*Moyenne*	*Ecart type*
ΔT /s							
V_0 /m.s^{-1}							

$V_{0moyenne}$ = ……………….. $\sigma_{n-1}(V_0)$ = ………………..

Expression générale *de* $U(V_0)$ = …………………

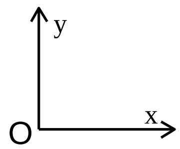
Valeur (pour un intervalle de confiance à 95%°) : $U(V_0)$ = …………………

donc V_0 = …………..……..±………………….. et $\frac{U(V_0)}{V_0}$ = ………………….%

QUESTIONS

a) Discuter la fidélité des mesures expérimentales de D, H et V_0 . Quelle est l'information pertinente relative à chaque grandeur pour discuter cette propriété ?

Suivant les lois de la chute libre, on a les relations $\begin{cases} x = V_0 \,.\, t \\ y = -\dfrac{g}{2}t^2 + H \end{cases}$ dans le repère terrestre



b) Déterminer la relation entre D , H et V_0

c) A partir de la mesure expérimentale de D et de H, déduire la valeur de $V_{0\ \text{calculée}}$ correspondante. Détailler le calcul d'incertitude.

d) Discuter la cohérence des résultats entre $V_{0\ \text{calculée}}$ et $V_{0\ \text{expérimentale}}$ En cas de désaccord manifeste, proposez des interprétations possibles.

Annexe I sur la mesure et son traitement statistique

Estimations statistiques de X_e et $U(X)$:

Soit une grandeur ***X*** (par exemple masse, volume, etc.),
mesurée ***n*** fois (de façon indépendante et dans les mêmes conditions - même instrument de mesure, protocole, etc.-)
et soient les différentes mesures $\{x_1, x_2, \ldots x_n\}$

On appelle x_{moy}, la moyenne des résultats obtenus calculée suivant la formule :

$$\mu \text{ (ou } \overline{x}\text{)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

(x_{moy} étant représenté par μ ou x barre et ***n*** représentant le nombre de mesures)
ainsi que ***l'écart type d'échantillon*** s calculé suivant la formule :

$$s \text{ (ou } \sigma_{n-1}\text{)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1}}$$

En classe de Terminale S, on considèrera que :

$$\boxed{X_e = \mu \quad \textit{et} \quad U(X) = \frac{2\,s}{\sqrt{n}}}$$

Attention ; les formules ci-dessus ne sont pas à connaître mais
.. il faut savoir faire les calculs de ces grandeurs :

1) ***sur votre calculatrice***
2) ***dans le logiciel EXCEL***
3) *éventuellement sur la calculatrice dans les accessoires Windows*

Avec votre calculatrice : ***lire la documentation de VOTRE calculatrice pour calculer moyenne et écart-type***

Avec Excel : formules de calcul

Fonction moyenne …= Moyenne(………….)

Fonction ecartype …= ecartype(……..) (*attention de ne pas prendre **ecartypep(..)** qui est l'écart-type de population)*

Avec la calculatrice de Windows (dans les Accessoires)

Activer les fonctions de statistiques de la calculatrice (Windows 95, 98, 98 SE, ME, XP etc.)

la calculatrice de Windows possède des fonctions avancées de statistiques (moyenne, ecart-type, etc ..)

Pour profiter pleinement de ces fonctionnalités, vous devez tout d'abord être en mode "scientifique", ce qui est le cas après avoir sélectionné l'option "Scientifique" dans le menu "***Affichage***".

Passons à l'entrée des données :

- Tapez votre première donnée.
- Cliquez sur Sta, puis ignorez la fenêtre qui apparait et cliquez sur Dat (sur la calculatrice).
- Tapez vos autres données en cliquant sur Dat après avoir entré chacune d'entre elles.

Lorsque vous avez terminé, cliquez une dernière fois sur ***Sta***. Vous pouvez à présent cliquer sur le bouton de la fonction statistique que vous souhaitez utiliser. (Moyenne = Average, ecart-type = s)

Calcul d'incertitude sur une grandeur calculée (à partir de grandeurs issues d'un traitement statistique):

Il convient alors de prendre en compte la nature de l'opération effectuée sur les données : celle-ci modifie la façon avec laquelle les incertitudes se propagent.
Nous envisageons ci-dessous les opérations les plus courantes rencontrées au niveau du lycée.

Soient les symboles suivants :

x; , le résultat du calcul permettant de calculer la grandeur X qui est une fonction des paramètres a, b etc
a, b & c; les paramètres permettant de calculer x (a, b et c doivent être des ***grandeurs indépendantes***)
$\boldsymbol{s_x}$; l'écart type sur x
$\boldsymbol{s_a}$, $\boldsymbol{s_b}$ **&** $\boldsymbol{s_c}$; les écart types sur les paramètres a, b et c.

Opération	***Calcul de l'incertitude***
$x = a + b - c$	$s_x = \sqrt{s_a^2 + s_b^2 + s_c^2}$
$x = a \times b / c$	$s_x = x \; . \sqrt{(\frac{s_a}{a})^2 + (\frac{s_b}{b})^2 + (\frac{s_c}{c})^2}$
La puissance (en admettant qu'il n'y a pas d'incertitude sur le degré b) $x = a^b$	$s_x = x \; .b . \frac{s_a}{a}$
Le logarithme a) de base e : $x = \text{Ln } a$ b) de base 10 : $x = = \log_{10} a$	$s_x = \frac{s_a}{a}$ $s_x = 1/\text{Ln}(10) \times \frac{s_a}{a}$
L'exponentielle a) de base e : $x = e^a$ b) de base 10 $x = 10^a$	$s_x = x \; . \; s_a$ $s_x = \text{Ln}(10) \; . \; x \; . \; s_a$

Exemple
Pour doser un acide, on prend une prise d'essai d'un volume V_a = 20,00 mL que l'on dose par une base forte de concentration $C_b = 1{,}00 \times 10^{-2}$ mol.L^{-1}. A l'équivalence, on trouve un volume $V_{b\,E}$ = 17,8 mL. Que vaut la concentration de l'acide C_a ?
Soient les symboles suivants :

$\boldsymbol{X} = C_a$, $\boldsymbol{a} = C_b$ $\boldsymbol{b} = V_{b\,eq}$ $\boldsymbol{c} = V_a$
$\boldsymbol{s_x}$; l'incertitude sur x $\boldsymbol{s_a}$ = 0,005 x 10^{-2} mol.L^{-1} $\boldsymbol{s_b}$ = 0,0.5 mL $\boldsymbol{s_c}$; = 0,005 mL

$$s_x = x \cdot \sqrt{\left(\frac{s_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{s_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{s_c}{c}\right)^2 + \ldots\ldots}$$

$s_x^2 = (8,90 \times 10^{-3})^2 \times \{(0{,}005/1)^2 + (0{,}05/17{,}8)^2 + (0{,}005/20)^2\}$ => $s_x \approx 0{,}05 \times 10^{-3}$ mol.L^{-1}

Rappel : le calcul grossier (règle empirique sur produit et division) aurait donné :
$C_a = C_b \times V_{B\,E} / V_a$
$= 1{,}00 \times 10^{-2} \times 17{,}8 / 20{,}00 = 8{,}90 \times 10^{-3}$ mol.L^{-1} (3 chiffres significatifs comme la moins précise des données)
la règle empirique suffit à trouver le bon ordre de grandeur de l'incertitude absolue !

Annexe II sur la mesure et son traitement statistique :

Une approche plus élaborée pour l'estimateur de l'incertitude absolue :

Le calcul statistique montre que l'on peut définir l'incertitude absolue U(X) :

$$U(X) = t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

dans laquelle *t* représente une variable qui suit une loi statistique précise appelée loi de Student à (N – 1) degré de liberté.

Intervalle de confiance :

En admettant que toute incertitude systématique a été écartée, on peut définir un intervalle de confiance de la forme :

X_e - U(X) <= X <= X_e + U(X) ***associé à un niveau de confiance donné (à x %)***

Par exemple (pour un nombre de mesures N différent de 10 , voir la table ci-dessous) :

Les tables statistiques donnent pour N =10 mesures:

pour un niveau de confiance de 95 % : t = 2,26

pour un niveau de confiance de 99 % : t = 3,25

Loi de Student

Pour N mesures et l'intervalle à X %, on trouve la valeur du coefficient t :

N mesures	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
degré liberté	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
à 90 %	6,31	2,92	2,35	2,13	2,02	1,94	1,89	1,86	1,83	1,81
à 95 %	12,71	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,36	2,31	2,26	2,23
à 99 %	63,66	9,92	5,84	4,60	4,03	3,71	3,50	3,36	3,25	3,17

N mesures	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
degré liberté	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
à 90 %	1,80	1,78	1,77	1,76	1,75	1,75	1,74	1,73	1,73	1,72
à 95 %	2,20	2,18	2,16	2,14	2,13	2,12	2,11	2,10	2,09	2,09
à 99 %	3,11	3,05	3,01	2,98	2,95	2,92	2,90	2,88	2,86	2,85

N mesures	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
degré liberté	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
à 90 %	1,72	1,72	1,71	1,71	1,71	1,71	1,70	1,70	1,70	1,70
à 95 %	2,08	2,07	2,07	2,06	2,06	2,06	2,05	2,05	2,05	2,04
à 99 %	2,83	2,82	2,81	2,80	2,79	2,78	2,77	2,76	2,76	2,75

Les valeurs ci-dessus ont été obtenues en utilisant la fonction Loi de Student inverse dans Excel.

Exemple :

Supposons que l'on veuille calibrer une pipette de 20 mL en pesant 10 fois le contenu de la pipette sur une balance au centième de gramme. Après avoir vérifié que la balance est juste, on obtient alors dix mesures de masse:

M (g)				
19,92	M moy (g)=	19,98		
19,98				
19,94	s (g) =	0,045215533		
19,95			arrondi à	
19,97	$s/(n)^{0,5}$=	0,014298407		0,0143
20,02	avec n = 10			
20,06				
20,03				
19,94				
19,99				

Les tables statistiques donnent pour 10 mesures:

pour un niveau de confiance de 95 % : t = 2,26 => U(m) = 0,03 g (1CS) = 0,032 g (2CS)

pour un niveau de confiance de 99 % : t = 3,25 => U(m) = 0,05 g (1 CS) = 0,046 g (2 CS) Rappel : 2CS max