Correction Activité $\sqrt{12}$ ou $\sqrt{24}$?

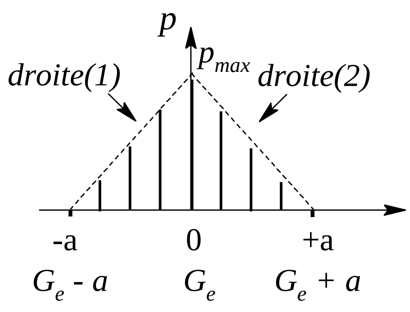
Analyse préliminaire

1) Soient les valeurs $\{G_0, G_1, G_2, ..G_i, ..G_n\}$ de G possible dans l' intervalle considéré auxquelles sont associées les probabilités $\{p_0, p_1, p_2, ..p_i, ..p_n\}$: quelle est la relation entre les pi quelle que soit la loi de probabilité considérée ?

   Cette relation est-elle vérifiée dans la loi d' équiprobabilité envisagée plus haut ? ***Relation :*** $\sum_{i=0}^{n} p_i = 1$

   Dans le cas de la loi d' équiprobabilité, l' intervalle est divisé en n parties il y a donc (n+1) valeurs de probabilité $p_i = \frac{1}{n+1}$ ***donc on a bien*** $\sum_{i=0}^{n} p_i = 1$

2) Dans la loi de probabilité triangulaire, déterminer les équations des droites permettant d' établir la relation de la probabilité en fonction de la valeur de l' intervalle considéré (*Chercher les 2 x 2 équations suivant que l' on considère en abscisse [-a, + a] ou $[G_e - a, G_e + a]$*)



[-a, + a] ***droite (1)*** $\frac{x}{(-a)} + \frac{y}{p_{max}} = 1 \Leftrightarrow \frac{y}{p_{max}} = \frac{x}{a} + 1$

droite (2) $\frac{x}{a} + \frac{y}{p_{max}} = 1 \Leftrightarrow \frac{y}{p_{max}} = -\frac{x}{a} + 1$

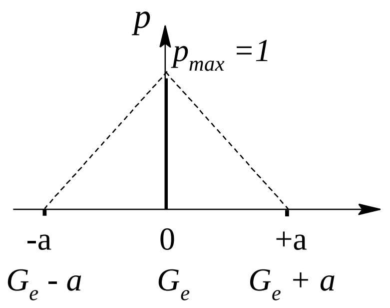
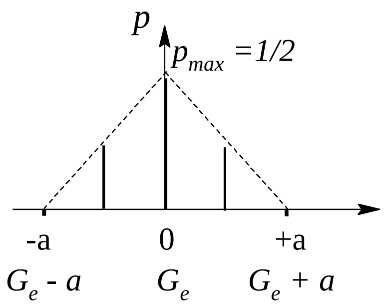
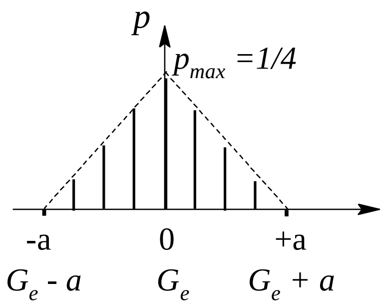
$[G_e - a, G_e + a]$ ***droite (1)*** $\frac{x}{(G_e - a)} + \frac{y}{p_{max}} = 1 \Leftrightarrow \frac{y}{p_{max}} = -\frac{x}{(G_e - a)} + 1$

droite (2) $\frac{x}{(G_e + a)} + \frac{y}{p_{max}} = 1 \Leftrightarrow \frac{y}{p_{max}} = -\frac{x}{(G_e + a)} + 1$

Recherche de p pour chaque valeur de l' intervalle dans le cas de la loi de probabilité rectangulaire

On observe tout d' abord que, par symétrie, il suffit de connaître les probabilités « d' un côté ». On va chercher les valeurs entre *[-a, 0]* ou *$[G_e - a, G_e]$*.

3) Détermination de p_{max} en divisant l' intervalle *[-a, + a]* en *$n_i = 2^i$ parties égales*

$n_1 = 2^1$	$n_2 = 2^2$	$n_3 = 2^3$
		

Montrer que la valeur de p_{max} pour une division en $n_i = 2^i$ parties égales est : $p_{max} = \frac{1}{2^{i-1}}$

4) Montrer que, pour les valeurs de l' intervalle *[-a, 0]* *(ou $[G_e - a, G_e]$)*

   à chaque valeur $G_j = G_e - a + \frac{j}{2^{i-1}} a$ avec *j entier*, $[0, 2^{i-1}]$ correspond la probabilité $p_j = \frac{j}{(2^{i-1})^2} = \frac{j}{2^{2i-2}}$

   D' après la réponse à la question 2) , dans l' intervalle [-a, 0] - droite (1) -, les différentes probabilités sont de la forme $2^{i-1} p = \frac{x}{a} + 1$ ***pour*** $x_j = -a + \frac{j}{2^{i-1}} a$ ***avec j entier,*** $[0, 2^{i-1}]$ ***donc*** $p_j = \frac{j}{(2^{i-1})^2}$

5) En déduire que pour les valeurs de l' intervalle *]0, + a]* *(ou $]G_e, G_e + a]$)*

   à chaque valeur $G_j = G_e - a + j \frac{a}{2^{i-1}}$ avec *j entier*, $[2^{i-1}, 2^i]$ correspond la probabilité $p_j = \frac{2^i - j}{(2^{i-1})^2}$

D' après la réponse à la question 2) , dans l' intervalle [0, + a] - droite (2) -, les différentes probabilités sont de la forme $2^{i-1} p = -\frac{x}{a} + 1$ ***pour*** $x_j = (j - 2^{i-1}) \frac{a}{2^{i-1}}$ ***avec j entier,*** $[2^{i-1}, 2^i]$ ***donc*** $p_j = \frac{2^i - j}{(2^{i-1})^2}$

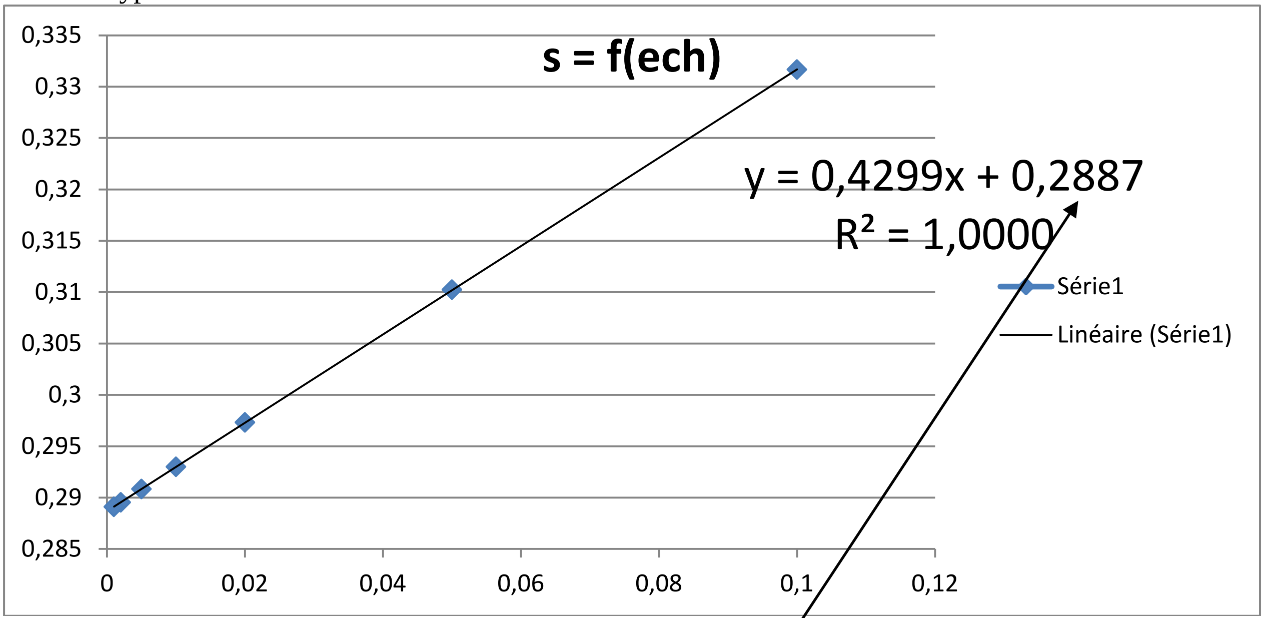
On remarquera que pour deux valeurs symétriques de la valeur centrale (donc $j + j' = 2^i$***) on a la même probabilité et on peut vérifier que*** $\sum_{i=0}^{n} p_i = 1$ ***car*** $2 \times \sum_{j=0}^{2^{i-1}-1} j$ ***(2 parties sym)*** $+ 2^{i-1}$ ***(pi central)*** $= 2^{i-1} \times (2^{i-1} - 1) + 2^{i-1} = (2^{i-1})^2$

Terminale S

Exercices incertitudes : loi de probabilité ***rectangulaire***

ech	0,1		0,05		0,02		0,01		0,005		0,002		0,001
moy	5,5		5,50		5,50		5,50		5,500		5,500		5,500
ecart	0,33166		0,31024		0,29732		0,293		0,29084		0,28954		0,28911

s = ecart-type



Remarque :

$$\frac{1}{\sqrt{12}} = 0{,}2887$$

donc l' écart-type tend vers $\frac{1}{\sqrt{12}}$ quand l' échantillonnage tend vers zéro ! (pour loi de probabilité uniforme)

Exercices incertitudes : loi de probabilité ***triangulaire***

i	2	3	4	5	6	7	8
ech	2,50E-01	1,25E-01	6,25E-02	3,13E-02	1,56E-02	7,81E-03	3,91E-03
moy	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5
ecart	0,17678	0,19764	0,20252	0,20373	0,20402	0,204099	0,204118
	13,40%	3,175%	0,784%	0,196%	0,049%	0,012%	0,003%

Remarque :

$$\frac{1}{\sqrt{24}} = 0{,}20412415$$

donc l' écart-type tend vers $\frac{1}{\sqrt{24}}$ quand l' échantillonnage tend vers zéro ! (pour loi de probabilité triangulaire)