Polynésie 09/2009 RECORD DE SAUT EN LONGUEUR À MOTO

Le 31 mars 2008, l'Australien Robbie Maddison a battu son propre record de saut en longueur à moto à Melbourne. La Honda CR 500, après une phase d'accélération, a abordé le tremplin avec une vitesse de 160 km.h^{-1} et s'est envolée pour un saut d'une portée égale à 107 m.

Video : *http://www.youtube.com/watch?v=NL8Vj-Xe7DM&noredirect=1*
Chronophotographie : *http://www.worldrecordacademy.com/sports/img/Robbie-Maddison-world-record-2.jpg*

Dans cet exercice, on étudie les trois phases du mouvement (voir figure 1), à savoir :

- la phase d'accélération du motard (de A à B),
- la montée du tremplin (de B à C)
- le saut (au-delà de C).

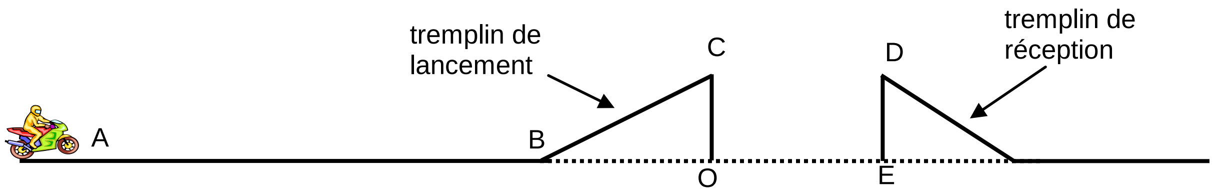


Figure 1.

Dans tout l'exercice, le système {motard + moto} est assimilé à son centre d'inertie G.
L'étude est faite dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.
On pose h = OC = ED

Données :

- Intensité de la pesanteur : g = 9,81 m.s^{-2}
- Masse du système : m = 180 kg
- L = BC = 7,86 m

Les trois parties de l'exercice sont indépendantes.

1. La phase d'accélération du motard.

On considère que le motard s'élance, avec une vitesse initiale nulle, sur une piste rectiligne en maintenant une accélération constante.
Une chronophotographie (en vue de dessus) représentant les premières positions successives du centre d'inertie G du système est donnée **en annexe à rendre avec la copie**.
La durée τ = 0,800 s sépare deux positions successives du centre d'inertie G.
À t = 0, le centre d'inertie du système est au point A (G_0 sur la chronophotographie).

1.1. Exprimer les valeurs des vitesses $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_4$ du centre d'inertie G aux points G_2 et G_4 puis les calculer.
1.2. Représenter les vecteurs vitesses $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_4$ sur l'annexe 1 en respectant l'échelle suivante : 1 cm pour 2 m.s^{-1}.
1.3. Représenter **sur l'annexe**, le vecteur $\Delta\vec{v}_3 = \vec{v}_4 - \vec{v}_2$.
1.4. Donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_3$ au point G_3 puis calculer sa valeur.
1.5. Sont représentées ci-dessous les évolutions au cours du temps de la valeur v de la vitesse du motard (figure 2) et la distance d qu'il parcourt depuis la position G_0 (figure 3).

Figure 2 : Valeur v de la vitesse du système en fonction du temps.

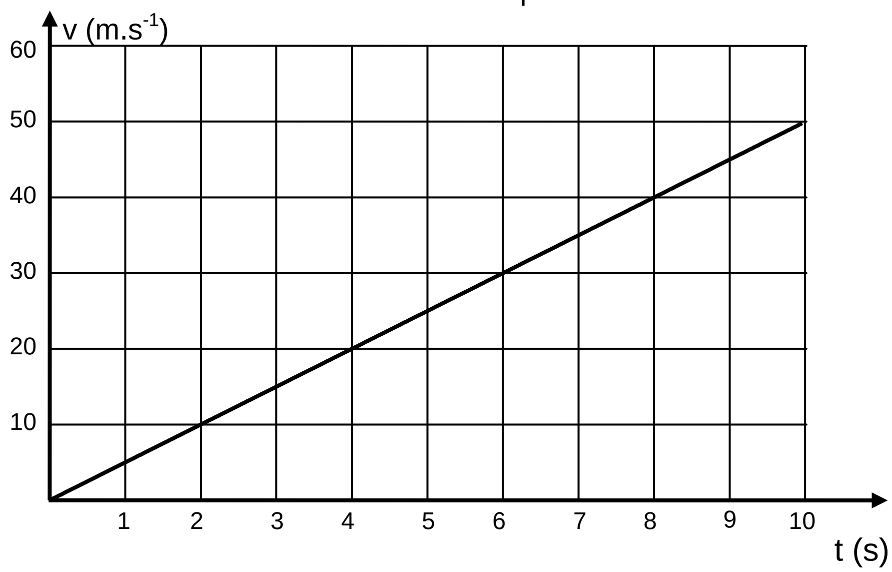
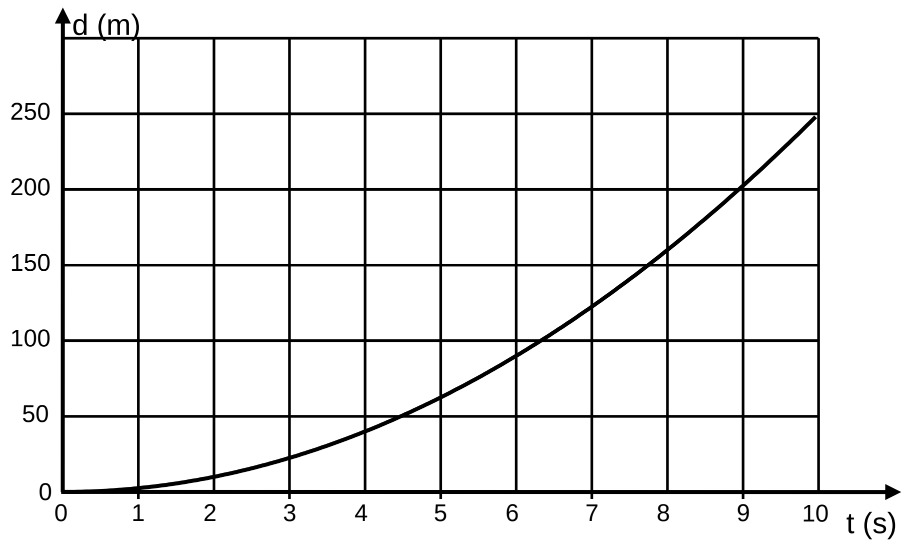


Figure 3 : Distance d parcourue par le système en fonction du temps



1.5.1. Montrer que la courbe donnée en figure 2 permet d'affirmer que la valeur de l'accélération est constante.

1.5.2. En utilisant la figure 2, estimer la valeur de l'accélération du motard.
Vérifier que le résultat est compatible avec la valeur calculée en 1.4.

1.5.3. En utilisant la figure 2 et la figure 3, déterminer la distance parcourue par le motard lorsque celui-ci a atteint une vitesse de 160 $km.h^{-1}$.

2. La montée du tremplin.

Le motard aborde le tremplin au point B, avec une vitesse de 160 km.h^{-1} et maintient cette vitesse jusqu'au point C. Le repère d'étude $(O, \vec{i}, \vec{k})$ est indiqué sur la **figure 4**.
Le tremplin est incliné d'un angle α = 27° par rapport à l'horizontale.

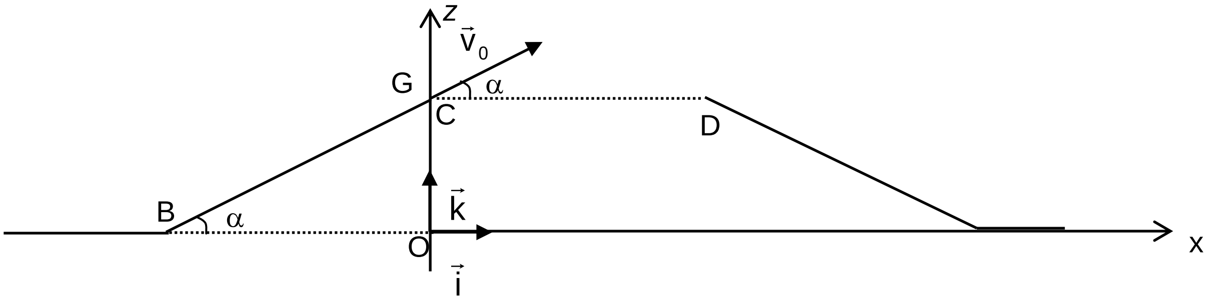


Figure 4

Dans cette partie du mouvement, on choisit l'altitude du point B comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur : $E_{PP} = 0$ pour $z_B = 0$.

2.1. Exprimer l'énergie mécanique du système en fonction, entre autres, de la valeur de la vitesse instantanée v et de l'altitude z.
2.2. Exprimer la variation d'énergie potentielle de pesanteur du système, lorsqu'il passe du point B au point C en fonction de m, g, BC et α. La calculer.
2.3. En déduire en justifiant comment évolue l'énergie mécanique du système lorsqu'il passe de B à C.

3. Le saut.

Le motard quitte le tremplin en C avec une vitesse initiale v_0 = 160 km.h^{-1}.
Toutes les actions autres que le poids du système sont supposées négligeables. On souhaite étudier la trajectoire du centre G du système dans ces conditions.
Le repère $(O, \vec{i}, \vec{k})$ et l'origine des dates est choisie à l'instant où le système quitte le point C (voir figure 4).
La vitesse initiale $\vec{v}_0$ du centre d'inertie G du système est incliné d'un angle α = 27° par rapport à l'horizontale.

3.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que les équations horaires du mouvement du point G s'écrivent :

$$x(t) = (v_0 . \cos\alpha) . t$$

$$z(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (v_0 . \sin\alpha) . t + h$$

3.2. Montrer que l'équation de la trajectoire est :

$$z(x) = -\frac{g}{2.v_0^2.\cos^2\alpha} . x^2 + (\tan\alpha) . x + h$$

3.3. À quelle distance maximale de C doit se trouver le point D pour que « l'atterrissage » se fasse sur le tremplin ?

3.4. Comparer cette valeur avec celle donnée dans l'énoncé. Comment peut-on interpréter cet écart ?

ANNEXE à rendre avec la copie

1. Chronophotographie représentant les premières positions successives du centre d'inertie G du système :

<u>Échelle :</u> 2 m