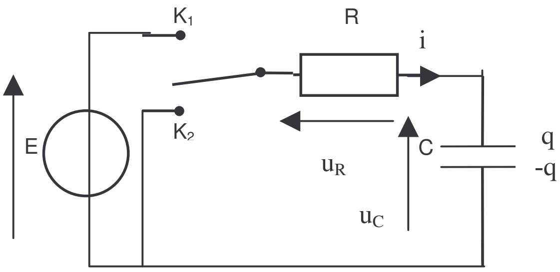
Résumé sur les circuits RC, RL et RLC

Circuit RC :



Pour la charge : interrupteur en position K_1 Pour la décharge : interrupteur en position K_2

(équivalent à l'alimentation par un générateur BF délivrant une tension créneau comprise entre 0 et E)

	charge du condensateur	*décharge du condensateur*
Loi de maille	$u_R + u_C = E$ $R.i + \frac{q}{C} = E$	$u_R + u_C = 0$ $R.i + \frac{q}{C} = 0$
Relations	$u_R = R.i$ $u_C = \frac{q}{C}$ $i = \frac{dq}{dt}$	$u_R = R.i$ $u_C = \frac{q}{C}$ $i = \frac{dq}{dt}$
Equation Diff	$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{R.C} = \frac{E}{R}$ (équation en q) $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R.C} = \frac{E}{R.C}$ (équation en u_C)	$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{R.C} = 0$ (équation en q) $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R.C} = 0$ (équation en u_C)
Forme générale	De l'équation : $\frac{dx}{dt} + \frac{x}{\tau} = K$ avec $\tau = R.C$ De la solution : $x = A.\exp(\frac{-t}{\tau}) + B$	
Conditions Initiales	$u_C\,(t{=}0) = 0$ *(donc $u_R\,(t{=}0) = E$)*	$u_C\,(t{=}0) = E$ *(donc $u_R\,(t{=}0) = -E$)*
équations	$u_C = E \times (1 - \exp(\frac{-t}{R.C}))$ d'où $q = C.E \times (1 - \exp(\frac{-t}{R.C}))$ $i = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R}\exp(\frac{-t}{R.C})$ $u_R = R.i = E\exp(\frac{-t}{R.C})$	$u_C = E\exp(\frac{-t}{R.C})$ d'où $q = C.E\exp(\frac{-t}{R.C})$ $i = \frac{dq}{dt} = -\frac{E}{R}\exp(\frac{-t}{R.C})$ $u_R = R.i = -E\exp(\frac{-t}{R.C})$ *Rem : avec l'orientation choisie sur le schéma ci-dessus, i est donc négatif pendant la décharge*
Énergie emmagasinée	À chaque instant : $E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}C\,u^2 = \frac{1}{2}q.u$ Au début de la charge : $E_C = 0$ A la fin de la charge : $E_C = \frac{1}{2}C\,E^2$ (E : tension de charge)	*E_c est quelque fois appelée : E_e ou W_e (« e » comme électrique)* Au début de la décharge : $E_C = \frac{1}{2}C\,E^2$ A la fin de la décharge : $E_C = 0$ (E : tension de charge)

<u>Compétences exigibles</u>

Il faut savoir :

1) mettre en place l'équation différentielle

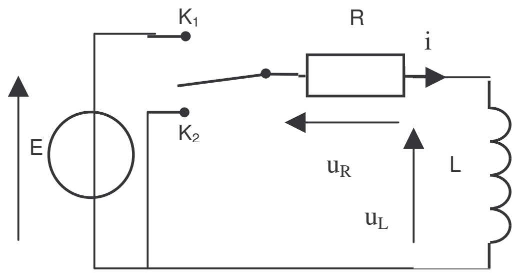
2) trouver la solution de cette équation

a) à partir de le forme générale de la solution

b) en tenant compte des conditions initiales

Toutes les équations doivent être mises en place en respectant les orientations i, q, u des schémas de ce résumé

Circuit RL :



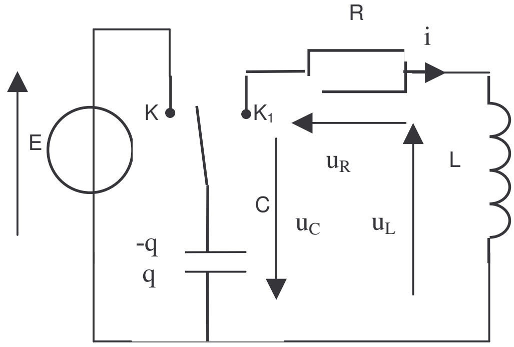
Pour l'établissement du courant : interrupteur en position K_1 On supprime E : interrupteur en position K_2
(équivalent à l'alimentation par un générateur BF délivrant une tension créneau comprise entre 0 et E)

On admet que toute la résistance est comprise dans R : cette résistance inclut donc la résistance de la bobine et celle du générateur

	Établissement du courant	*Disparition du courant*
Loi de maille	$u_R + u_L = E$ $R.i + L\frac{di}{dt} = E$	$u_R + u_L = 0$ $R.i + L\frac{di}{dt} = 0$
Relations	$u_R = R.i$ $u_L = L\frac{di}{dt}$	$u_R = R.i$ $u_L = L\frac{di}{dt}$
Equation Diff	$\frac{di}{dt} + \frac{R.i}{L} = \frac{E}{L}$ (équation en i) $\frac{du_R}{dt} + \frac{R.u_R}{L} = \frac{R.E}{L}$ (équation en u_R)	$\frac{di}{dt} + \frac{R.i}{L} = 0$ (équation en i) $\frac{du_R}{dt} + \frac{R.u_R}{L} = 0$ (équation en u_R)
Forme générale	De l'équation : $\frac{dx}{dt} + \frac{x}{\tau} = K$ avec $\tau = \frac{L}{R}$ De la solution : $x = A.\exp(\frac{-t}{\tau}) + B$	
Conditions Initiales	$u_R\ (t=0) = 0$ *(donc $u_L\ (t=0) = E$)*	$u_R\ (t=0) = E$ *(donc $u_L\ (t=0) = -E$)*
équations	$u_R = E \times (1 - \exp(\frac{-R.t}{L}))$ d'où $i = \frac{E}{R} \times (1 - \exp(\frac{-R.t}{L}))$ $u_L = L\frac{di}{dt} = E \times \exp(\frac{-R.t}{L})$ *R représente la résistance totale du circuit.* *si on décompose R en R_r et R_L* ***l'expression de i n'est pas modifiée mais*** $u_{Rr} = \frac{R_r.E}{R} \times (1 - \exp(\frac{-R.t}{L}))$ $u_L = R_L.i + L\frac{di}{dt} = \frac{E}{R} \times [R_L + R_r \times \exp(\frac{-R.t}{L})]$	$u_R = E \times \exp(\frac{-R.t}{L})$ d'où $i = \frac{E}{R} \times \exp(\frac{-R.t}{L})$ $u_L = L\frac{di}{dt} = -E \times \exp(\frac{-R.t}{L})$ *R représente la résistance totale du circuit.* *si on décompose R en R_r et R_L* ***l'expression de i n'est pas modifiée mais*** $u_{Rr} = \frac{R_r.E}{R} \times \exp(\frac{-R.t}{L})$ $u_L = R_L.i + L\frac{di}{dt} = -\frac{E}{R} R_r \times \exp(\frac{-R.t}{L})$
Énergie emmagasinée	À chaque instant : $E_L = \frac{1}{2} L\, i^2$ Au début de l'établissement du courant : $E_L = 0$ A la fin : $E_L = \frac{1}{2} L\, I^2 = \frac{1}{2} L\, (\frac{E}{R})^2$ (E : tension lors de l'établissement du courant)	*E_L est quelque fois appelée :* *E_m ou W_m (« m » comme magnétique)*

Circuit RLC :

Définitions : oscillations libres amorties ($R \neq 0$)
entretenues ($R = 0$)
(*il faut un système d'entretien pour compenser la résistance du circuit cf le montage « à résistance négative*)



interrupteur en position K : on charge le condensateur
interrupteur en position K_2 : on provoque la décharge oscillante dans le circuit RL
Attention : l'orientation du schéma ci-dessous ne correspond pas – ***volontairement !*** *- à celle vue en cours .*
Bien comprendre les différences pour l'établissement de la loi de maille

	Décharge oscillante
Loi de maille	$u_L + u_R + u_C = 0$ $L\dfrac{di}{dt} + R.i + \dfrac{q}{C} = 0$
Relations	$u_L = L\dfrac{di}{dt}$ $u_R = R.i$ $u_C = \dfrac{q}{C}$ et $i = \dfrac{dq}{dt}$ (avec les orientations choisies)
Equation Diff	$\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{R}{L}\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{L.C} = 0$ (équation en q) $\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \dfrac{R}{L}\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{u_C}{L.C} = 0$ (équation en u_C) **Seule est à connaître la solution de l'équation différentielle pour R = 0 soit :** $\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{q}{L.C} = 0$ (équation en q) $\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \dfrac{u_C}{L.C} = 0$ (équation en u_C)
Forme générale	De l'équation : $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2.x = 0$ avec $\omega_0^2 = \dfrac{1}{L.C}$ ⇔ $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$ De la solution : $x = A.\cos(\omega_0.t + \phi)$
Conditions Initiales	$u_C(t=0) = -E$ ou $q(t=0) = -C.E$
équations	$u_C = -E..\cos(\omega_0.t)$ ou $q = -CE\cos(\omega_0.t)$ d'où $i = \omega_0\ CE\sin(\omega_0.t)$
Énergie emmagasinée	À chaque instant : $E_L = \dfrac{1}{2}L\,i^2 = \dfrac{1}{2}L\,\omega_0^2\,[CE.\sin(\omega_0.t)]^2$ $E_c = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C} = \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{C}\,[CE.\cos(\omega_0.t)]^2$ ***si pas de résistance :*** $E_L + E_c = \dfrac{1}{2}C.E^2 = Cste$ puisque $L\,\omega_0^2 = \dfrac{1}{C}$ $\left(\Leftrightarrow \dfrac{d(E_L + E_c)}{dt} = 0\right)$ ***si résistance :*** $\dfrac{d(E_L + E_c)}{dt} = \dfrac{dq}{dt}.\left(L\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{q}{.C}\right) = -R.i^2$ **la perte d'énergie correspond à l'effet Joule**