

Partie n°1: L'eau et l'air

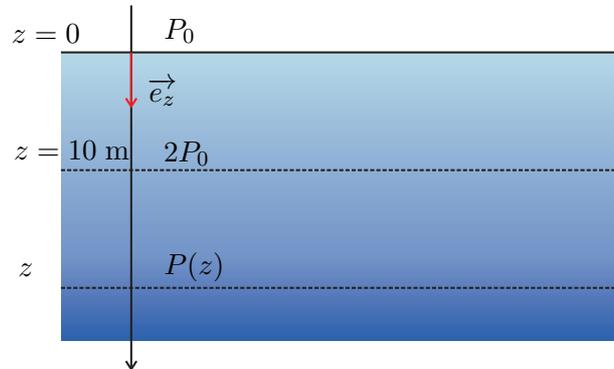
1. Trois facteurs pouvant influencer la durée de la plongée :

- le volume des poumons,
- l'activité musculaire,
- le stress,
- la température....

2. Masse volumique $\rho_e = 1000 \text{ kg/m}^3$.

3.1. Relation de la statique des fluides : $\frac{dP}{dz} = \rho g$, l'axe z est orienté vers le bas. Après intégration avec $P(z = 0) = P_0$, on obtient : $P = P_0 + \rho_e g z$. La pression augmente bien avec la profondeur z .

3.2. Isobares $P = P_0$, $P = 2P_0$ et $P(z)$ ($z > 0$).



4. P en Pascal (Pa) et du volume V en m^3

5.1. Gaz présents dans l'air : dioxyde de carbone, H_2O , méthane et trace de néon, fréon, ozone, dihydrogène...

5.2. Masse molaire :

$$M = 0.79 \times 2.M_N + 0.21 \times 2.M_O = 28,8 \text{ g/mol}$$

5.3. Volume molaire de l'air dans les conditions standard : $V_{m0} = RT_0/P_0$. $V_{m0} = 24,7 \text{ L/mol}$.

5.4. Masse volumique de l'air : $\rho_a = M_a/V_{m0}$, $\rho_a = 1,16 \text{ kg/m}^3$.

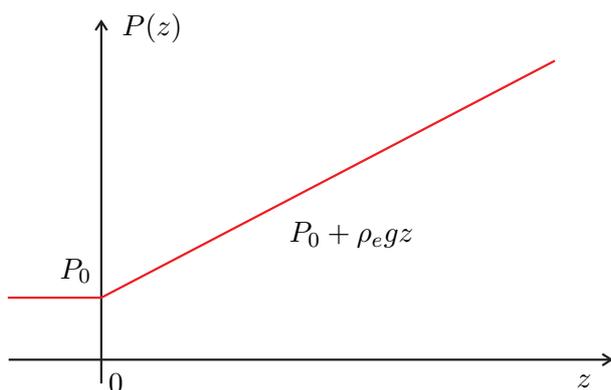
Masse contenue dans un volume $V = 1 \text{ L}$: $m = 1,16 \text{ g}$.

5.5. $P_{O_2} = 0,21.P_0$, $P_{N_2} = 0,79.P_0$.

$P_{O_2} = 0,21 \text{ bar}$, $P_{N_2} = 0,79 \text{ bar}$

6.1. Quantité de matière $n = \frac{P_0 V}{RT}$, $n = 41,6 \text{ mmol}$ et $m = M.n$. A.N : $m = 1,20 \text{ g}$.

6.2. Evolution de la pression au sein du ballon en fonction de la profondeur z .



6.3. $P(z) = P_0 + \rho_e g z$.

D'après la loi des gaz parfaits :

$$V_b = \frac{nRT}{P} = \frac{nRT}{P_0 + \rho_e g z} = \frac{P_0 V_0}{P_0 + \rho_e g z}$$

6.4. Fosse des Mariannes :

$$V(z = 11000 \text{ km}) = 0,93 \text{ cm}^3$$

$$\rho_b(z = 11000 \text{ km}) = 1300 \text{ kg/m}^3$$

A cette profondeur, l'air est plus dense que l'eau...

6.5. L'air sous forme de gaz devrait couler. Le modèle des gaz parfaits appliqué pour les calculs n'a plus de sens...

6.6. $\rho_{air} = M_{air} \cdot n/V = M_{air}/V_m = M_{air}P/(\alpha RT_0)$.

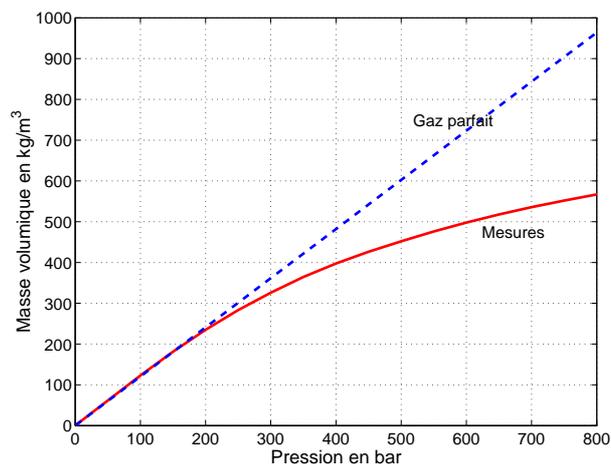
6.7. La mesure est non conforme : avec le modèle des gaz parfaits, on a $\alpha = 1$.

Cette mesure est surprenante puisque dans ces conditions l'air est plus compressible que le modèle du GP associé.

6.8. Attention problème d'échelle dans l'énoncé. Echelle correcte 100 g/m^3 .

La courbe réelle s'éloigne du modèle du gaz parfait dès que la pression devient très grande.

6.9. Jusqu'à 200 bar, les courbes semblent se superposer. Cela correspond à une profondeur proche de 2 km (largement supérieure aux profondeurs classiques). Cette pression correspond aussi à l'ordre de grandeur de la pression de l'air dans les bouteilles.



7. Expression du volume en fonction de z :

$$V_p(z) = V_{p1} \frac{P_0 + \rho_e g z_1}{P_0 + \rho_e g z} = V_{p1} \frac{P_1}{P_1 + \rho_e g (z - z_1)}$$

En remontant à la surface sans expirer, le volume des poumons peut dépasser le volume maximal et ainsi causer des lésions sur les poumons. Si le plongeur descend sans inspirer, le volume de ses poumons va diminuer jusqu'à atteindre le volume minimal. Cela entraîne aussi des lésions graves.

Volume maximal des poumons :

$$z_M = \frac{1}{\rho_e g} \left(\frac{V_{p1}}{V_{pM}} (P_0 + \rho_e g z_1) - P_0 \right) \quad z_M = 7,9 \text{ m}$$

Volume minimal des poumons :

$$z_m = \frac{1}{\rho_e g} \left(\frac{V_{p1}}{V_{pm}} (P_0 + \rho_e g z_1) - P_0 \right) \quad z_m = 81 \text{ m}$$

Lors de sa remontée, le plongeur doit expirer régulièrement l'air de ses poumons. Les paliers de décompression ne sont pas liés à des problèmes de volume des poumons. Ces paliers permettent de désaturer les tissus en gaz dissout et ainsi d'éviter les risques d'embolie par exemple.

Partie n°2: Une source de traumatisme : le placage du masque

8. Analyse du problème :

- On suppose que le plongeur n'expire pas par le nez. Ainsi, on peut travailler à quantité de matière constante. Le nombre de moles d'air contenu dans le masque est constant.

- La vitre du masque est soumise à 3 forces :

- Force de pression à l'extérieur du masque : $\vec{F}_{ext} = P_{ext} S \vec{u}$ où S est la surface du masque.

- Force de pression à l'intérieur du masque : $\vec{F}_{int} = -P_{int} S \vec{u}$.

- Force de rappel : $\vec{F}_R = k(\ell - \ell_0) \vec{u}$ dans la limite d'élasticité du masque. Sinon Force exercée par le visage sur le masque : \vec{R} .

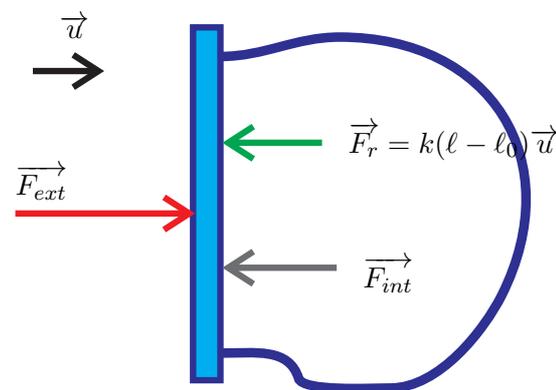
- Pression extérieure : la pression extérieure dépend de la profondeur z suivant la relation suivante :

$$P_{ext} = P_0 + \rho_e g z$$

- La pression intérieure dépend du volume occupé par l'air à l'intérieur du masque. On assimile l'air à un gaz parfait, on suppose que la descente s'effectue à température constante. Ainsi :

$$P_{int} V = nRT = P_0 V_0$$

où P_0 est la pression atmosphérique et V_0 le volume du masque avant immersion du plongeur.



- Force de rappel du ressort : on suppose que lorsque le plongeur est à l'air libre, le masque est juste posé sur le visage.

◇ Première méthode

Une fois que le masque a atteint sa limite d'élasticité le volume de l'air contenu dans le masque reste constant : $V_{min} = \frac{2}{3}V_0$. Ainsi la température T et la quantité de matière n étant constantes, la pression P de l'air reste constante. Si le plongeur continue sa descente, la différence de pression augmente, la réaction exercée par le visage sur le masque \vec{R} augmente elle aussi pour assurer l'équilibre mécanique (effet ventouse).

$$\vec{F}_{ext} + \vec{F}_{int} + \vec{R} = \vec{0}$$

Pour éviter les lésions il faut donc s'assurer que $R < \Delta P_{lim} \times S$ où $\Delta P_{lim} = 0,4$ bar. On doit donc résoudre l'équation suivante :

$$\Delta P_{lim} = P_{ext} - P_{int}$$

avec $P_{ext} = P_0 + \rho_e g z_{lim}$ et $P_{int} = \frac{3nRT_0}{2V_0} = \frac{3}{2}P_0$.

D'où

$$\Delta P_{lim} = P_0 + \rho_e g z_{lim} - \frac{3}{2}P_0 \qquad z_{lim} = \frac{1}{\rho_e g} \left(\Delta P_{lim} + \frac{P_0}{2} \right)$$

◇ Deuxième méthode

Equilibre hors de l'eau

La pression extérieure et la pression intérieures sont égales à la pression atmosphériques.

$$\vec{F}_{ext} + \vec{F}_{int} + \vec{F}_R = \vec{0}$$

La jupe du masque est au repos (longueur à vide).

Equilibre pour le plongeur immergé

$$\begin{aligned} \vec{F}_{ext} + \vec{F}_{int} + \vec{F}_R &= \vec{0} \\ (P_0 + \rho_e g z) S &= -k(\ell - \ell_0) + P_{int} \cdot S \end{aligned}$$

On note $\Delta \ell = \ell_0 - \ell > 0$.

Lors de la descente, la pression à l'intérieur du masque augmente de ΔP : $P_{int} = \Delta P + P_0$.

$$\begin{aligned} (P_0 + \rho_e g z) S &= k\Delta \ell + (\Delta P + P_0) \cdot S \\ \rho_e g z \cdot S &= k\Delta \ell + \Delta P \cdot S \end{aligned}$$

D'après la loi des gaz parfaits (température constante) : $P_0 V_0 = P_{int} V = (\Delta P + P_0) \cdot V$. De plus, quand la jupe se comprime de la longueur $\Delta \ell$, le volume du masque diminue de $S\Delta \ell$. Ainsi, on exprime le volume d'air à l'intérieur du masque : $V = V_0 - S\Delta \ell$.

$$\begin{aligned} P_0 V_0 &= (\Delta P + P_0) \cdot (V_0 - S\Delta \ell) \\ \text{d'où} \quad \Delta P &= \frac{P_0 S \Delta \ell}{V_0 - S\Delta \ell} \end{aligned}$$

On remplace dans l'équation traduisant l'équilibre du masque (toujours dans la limite d'élasticité de la jupe)

$$\rho_e g z \cdot S = k\Delta \ell + \frac{P_0 S^2 \Delta \ell}{V_0 - S\Delta \ell}$$

Ainsi lors de la descente, la pression extérieure augmente, le masque se rapproche du visage du plongeur jusqu'à arriver en butée (déformation de la jupe impossible). Dans ce cas, le volume occupé par l'air dans le masque demeure constant, la pression intérieure aussi. La différence entre pression intérieure et pression extérieure augmente. Cette différence est à l'origine des lésions décrites ci-dessus.

Masque en butée

Lorsque la déformation de la jupe n'est plus possible, le visage exerce une réaction sur le masque. On arrive à l'équation suivante : la pression à l'intérieure du masque est constante, le terme $\frac{P_0 S^2 \Delta \ell}{V_0 - S \Delta \ell}$ est donc constant.

$$\rho_e g z . S = R + \frac{P_0 S^2 \Delta \ell}{V_0 - S \Delta \ell}$$

Pour éviter les lésions il faut donc s'assurer que $R < \Delta P_{lim} \times S$ où $\Delta P_{lim} = 0,4$ bar.
D'où

$$z_{lim} = \frac{1}{\rho_e g} \left(\Delta P_{lim} + \frac{P_0 S \Delta \ell}{V_0 - S \Delta \ell} \right)$$

$$z_{lim} = \frac{1}{\rho_e g} \left(\Delta P_{lim} + \frac{P_0 \frac{1}{3} V_0}{\frac{2}{3} V_0} \right)$$

$$z_{lim} = \frac{1}{\rho_e g} \left(\Delta P_{lim} + \frac{P_0}{2} \right)$$

Application Numérique

- ◇ $\rho_e = 1$ kg/L
- ◇ $\Delta P_{lim} = 0,4$ bar
- ◇ $V = 250$ cm³ à 500 cm³ mais celui-ci n'intervient pas.
- ◇ $S \Delta \ell = \frac{1}{3} V$

On trouve une profondeur $z_{lim} = 9$ m

Partie n°3: La plongée avec bouteille

9.

	surface	$z_1 = 20$ m	$z_2 = 40$ m	$z_3 = 80$ m
Volume équivalent	3000	1010 L	610 L	340 L
Temps	5h	101 min	61 min	34 min

10. La surface sur laquelle s'exerce la force de pression est une couronne de rayon intérieur $D/2 - R$ et de rayon extérieur $D/2$:

$$\Phi_A = \pi (D^2/4 - (D/2 - R)^2) = \pi R(D - R).$$

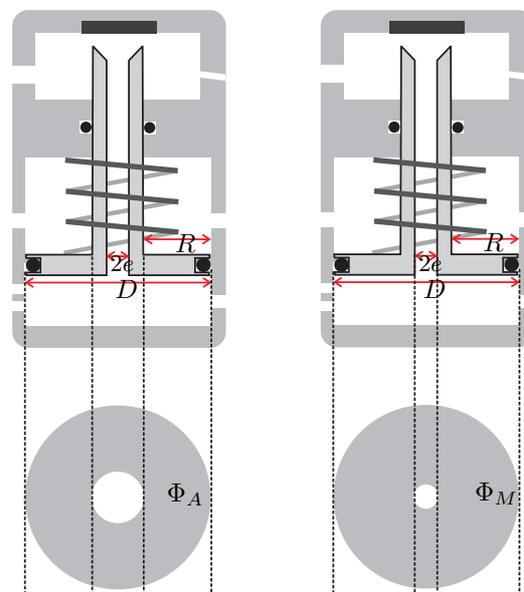
La force de pression de la chambre humide s'exerce aussi sur la surface latérale mais la résultante est nulle.

$$\vec{F}_A = -P_A \Phi_A \vec{e}_z = -P_A \pi R(D - R) \vec{e}_z.$$

11. De la même manière :

$$\Phi_M = \pi (D^2/4 - e^2)$$

$$\vec{F}_M = P_M \Phi_M \vec{e}_z = P_M \pi (D^2/4 - e^2) \vec{e}_z.$$



12. Force de pression exercée sur le piston dans le compartiment haute pression :

12.1. La résultante de ces forces est nulle par symétrie d'axe O, \vec{e}_z : le piston est à symétrie cylindrique. Les forces de pression exercées sur des surfaces élémentaires symétriques par rapport à l'axe du piston se compensent 2 à 2.

12.2. $\vec{n}_1 + \vec{n}_2 = -2 \sin(\alpha) \vec{e}_z$.

Force exercée sur deux éléments de surface symétriques par rapport à l'axe (O, \vec{e}_z)

$$d\vec{F}_o = P_H dS \times (\vec{n}_1 + \vec{n}_2) = -2P_H dS \sin(\alpha) \vec{e}_z$$

$$\vec{F}_o = \frac{1}{2} \int_S -2P_H dS \sin(\alpha) \vec{e}_z = -P_H \int_S \sin(\alpha) dS \vec{e}_z$$

Relation α, ℓ et δ : $\delta = \ell \sin(\alpha)$.

L'élément de surface $\sin(\alpha) dS$ correspond à l'élément de surface projeté dans le plan orthogonal à l'axe (O, \vec{e}_z) .

La force \vec{F}_o est donc la force de pression P_H exercée sur la surface équivalente

$$\Phi_C = \pi \left((\delta + e)^2 - e^2 \right) = \pi \delta (\delta + 2e)$$

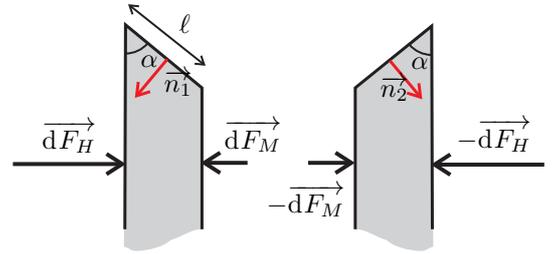
Or $\delta = D/2 - e - R$:

$$\Phi_C = \pi (D/2 - e - R) (D/2 + e - R) = \pi \left((D/2 - R)^2 - e^2 \right)$$

13. Par le calcul, ou grâce aux schémas précédents : $\Phi_M = \Phi_A + \Phi_C$

14. $\vec{F} = (P_M \Phi_M - P_A \Phi_A - \Phi_C P_H) \vec{e}_z + k(d - \ell_0) \vec{e}_z$. Ici toutes les pressions sont égales à la pression atmosphériques. La condition d'équilibre s'écrit $\vec{F} = \vec{0}$ d'où $d = \ell_0$ où ℓ_0 est la longueur du ressort au repos.

15. Grâce à la différence de pression, l'air s'engouffre du compartiment haute pression vers l'étage intermédiaire. La pression P_M augmente jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint (fermeture du compartiment).



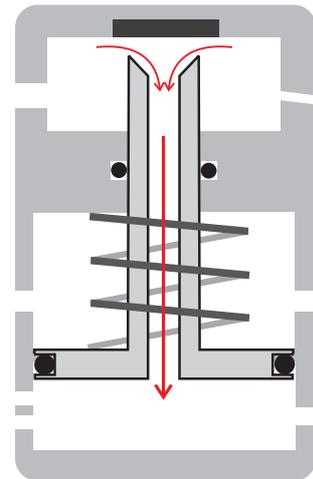
16. Résultante des forces appliquées au piston mobile :

$$\vec{F} = (P_M \Phi_M - P_0 \Phi_A - \Phi_C P_H) \vec{e}_z + k(\ell - \ell_0) \vec{e}_z = (P_M \Phi_M - P_0 \Phi_A - \Phi_C P_H) \vec{e}_z - k \Delta \ell \vec{e}_z$$

17. Lorsque le clapet est fermé, la réaction du bâti sur le piston vient s'ajouter :

$$\vec{F} = (P_M \Phi_M - P_0 \Phi_A - \Phi_C P_H) \vec{e}_z + k \Delta \ell \vec{e}_z - R \vec{e}_z$$

De plus, au moment de la fermeture, la pression qui s'applique sur la surface équivalente Φ_C devient uniforme et égale à la pression P_M . On obtient donc en projection :



$$P_M \Phi_M - P_0 \Phi_A - \Phi_C P_M - k \Delta \ell - R = 0 \quad \text{et} \quad R > 0$$

$$P_M \geq \frac{k \Delta \ell}{\Phi_A} + P_0$$

où $\Delta \ell$ représente la distance parcourue par le piston entre sa position à l'équilibre et sa position une fois le clapet fermé.

18. Lors de la descente, la pression ambiante augmente (1 bar à 3 bar pour la profondeur z_1). Ainsi la force de pression exercée sur le piston dans la chambre à pression ambiante augmente. L'équilibre est rompu et le clapet s'ouvre pour augmenter la pression dans la chambre intermédiaire. L'avantage de ce type de détendeur réside dans le fait que la différence de pression $P_M - P_A$ reste constante et permet au plongeur de respirer de l'air à pression ambiante.

19. Quand le plongeur inspire, la pression P_M diminue. Ainsi cette dépression entraîne l'ouverture du clapet (l'inégalité n'est plus vérifiée). P_M augmente alors jusqu'à fermeture du clapet. Ce détendeur est indépendant de la haute pression dans la bouteille et donc de la quantité de gaz restant. Ainsi, pour inspirer, le plongeur réalise un effort constant. Par contre, il n'y a pas d'alerte lorsque la pression devient trop basse dans la bouteille.

20. Bilan de puissance : $P_{\text{reçue}} = -K(T - T_0) - K_A(T - T_A)$. A l'équilibre et en régime stationnaire, cette puissance est nulle. $\mathcal{P} + \mathcal{P}_A = 0$.

21. $T = \frac{KT_0 + K_A T_A}{K + K_A} = T_A - \frac{K}{K + K_A}(T_A - T_0)$.

22. A partir de 0°C l'eau commence à geler. $T_A = T(1 + K/K_A) - K/K_A T_0$. On calcule $T_A = 7^\circ\text{C}$.

Ce problème est fréquemment rencontré en plongée. Une solution consiste à mettre un fluide autre que l'eau dans la chambre humide. Ainsi, les variations de pression sont transmises, mais le problème de givrage peut être évité. Il existe aussi des détendeurs à chambre sèche.

Le problème de givrage n'est pas simplement dû à la température du milieu extérieur. Il dépend de la profondeur et de la haute pression dans la bouteille, (la détente dépend de la différence de pression), il dépend aussi du rythme inspiration/expiration. Il faut donc limiter les efforts en cas de risque.

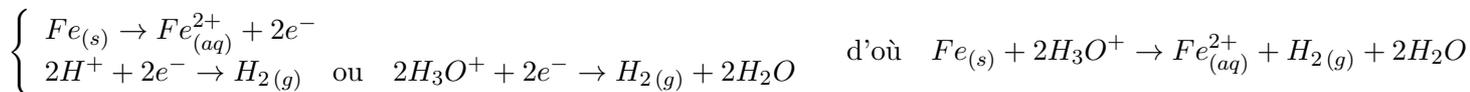
Partie n°4: Corrosion en milieu marin

23. Couples relatifs à l'eau *ox/red* : O_2/H_2O et H_2O/H_2 .

24. Couples relatifs au fer *ox/red* : $Fe_{(aq)}^{2+}/Fe_{(s)}$, $Fe_{(aq)}^{3+}/Fe_{(aq)}^{2+}$, $Fe_2O_3_{(s)}/Fe_{(aq)}^{2+}$ et $Fe_2O_3_{(s)}/Fe_{(s)}$.

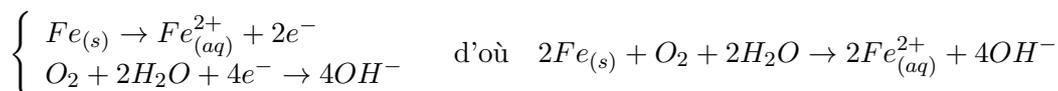
25. Le Fer solide $Fe_{(s)}$ n'est jamais stable dans l'eau. Les domaines d'existence sont disjoints.

26. Réaction en milieu acide



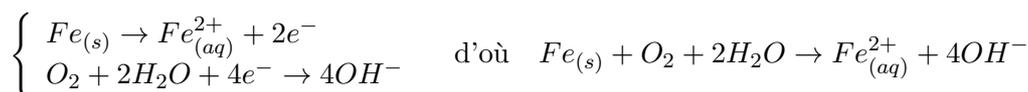
Cette réaction est très lente. Les produits formés sont $Fe_{(aq)}^{2+}$, $H_{2(g)}$, et H_2O . On devrait observer un dégagement de dihydrogène.

27. Réaction avec le dioxygène dissous :

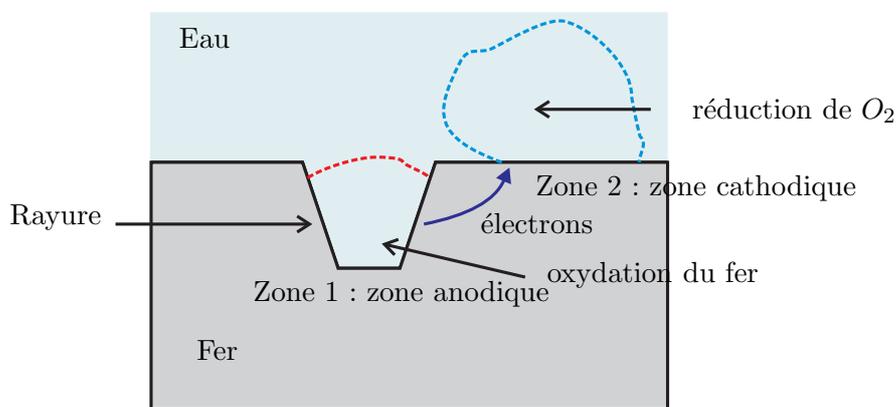


Cette réaction risque d'être plus favorisée que la réaction précédente (diagramme potentiel-pH).

28. Demi-équations électroniques :



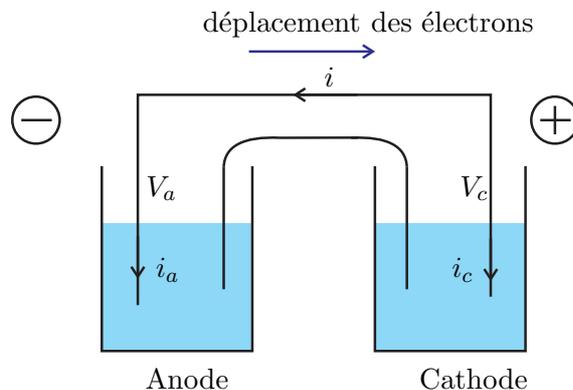
29. Repérer, à l'aide de la figure ??, la zone correspondant à la réduction et celle correspondant à l'oxydation. Identifier alors l'anode et la cathode et indiquer sur un schéma le déplacement des électrons dans le métal.



30. Schéma équivalent de la micropile en court-circuit.

31. Relation entre les potentiels d'électrode $V_a = V_c$.

Relation entre les courants : $i_a = -i_c$.



32. Tableau d'avancement

		$2Fe + O_2 + 2H_2O \rightarrow 2Fe^{2+} + 4OH^-$				électrons	
Etat initial	$x = 0$	n_1	n_2		0	0	0
Instant quelconque t	x	$n_1 - 2x$	$n_2 - x$		$2x$	$4x$	$4x$

Nombre d'électrons échangés à la cathode ou à l'anode $n_e = 4x$.
 La vitesse de réaction est définie grâce à l'avancement de la réaction par $v = \frac{dx}{dt}$ et l'intensité du courant électrique à l'anode par $i_a = \frac{dq}{dt}$ où q représente la charge échangée à l'anode.
 On note $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C la charge élémentaire et on introduit la constante de Faraday \mathcal{F} . Cette constante représente la charge d'une mole de charges élémentaires.

33. Constante de Faraday : $\mathcal{F} = \mathcal{N}_a \times e$.
 A.N. : $\mathcal{F} = 96300$ C/mol.

$$i_a = \frac{dq}{dt} = \frac{d(n_e \times \mathcal{F})}{dt} = 4\mathcal{F} \frac{dx}{dt}$$

Plus le phénomène de corrosion est important, et donc plus la réaction est rapide, plus la vitesse et le courant i_a sont importants.

34. $E_{cor} = -0,10$ V.

35. Epaisseur du métal consommé :

$$i_a = j_{cor} \times S_r \quad \text{et} \quad i_a = \mathcal{F} \frac{dn_e}{dt} \quad \text{d'où} \quad \frac{dn_e}{dt} = \frac{j_{cor} \times S_r}{\mathcal{F}}$$

Un atome de fer solide libère 2 électrons, ainsi on en déduit la vitesse d'oxydation des atomes de fer :

$$\frac{dn_{Fe}}{dt} = \frac{j_{cor} \times S_r}{2\mathcal{F}}$$

On calcule alors la masse correspondante :

$$\frac{dm_{Fe}}{dt} = \frac{M_{Fe} j_{cor} \times S_r}{2\mathcal{F}}$$

Et enfin le volume :

$$\frac{dV_{Fe}}{dt} = \frac{M_{Fe} j_{cor} \times S_r}{2\rho_{Fe}\mathcal{F}}$$

D'où l'épaisseur :

$$\frac{de_{Fe}}{dt} = \frac{M_{Fe} j_{cor}}{2\rho_{Fe}\mathcal{F}}$$

Cette vitesse étant supposée constante,

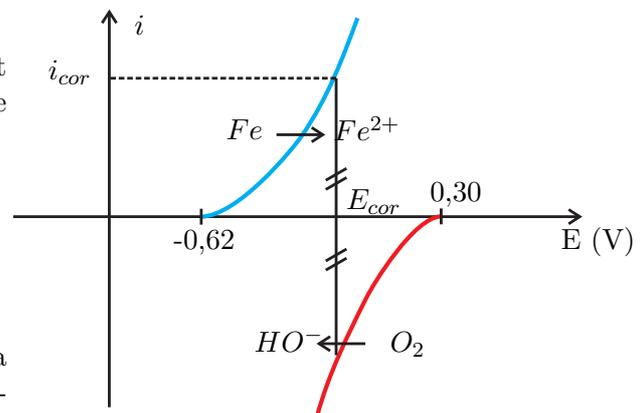
$$e_{Fe} = \frac{M_{Fe} j_{cor}}{2\rho_{Fe}\mathcal{F}} \times \Delta t.$$

A.N. $e_{Fe} = 80$ nm

36. Calcul du nombre de plongées de 2h : $N_{plong} = 25000$ plongées. Ce calcul montre que la corrosion n'est pas un danger majeur pour les bouteilles de plongée. Les bouteilles pourraient alors être utilisées à raison d'une plongée par jour durant 68 ans.

Cependant, lors d'une plongée, les bouteilles sont soumises à la corrosion lorsqu'elles sont immergées mais aussi lorsqu'elles sont à l'air libre en milieu marin. De plus, la forme de la fissure n'est pas régulière et s'apparente plus à un cône qu'à un parallélépipède.

La durée de vie d'une bouteille est en général d'une dizaine d'années.



37. Le zinc est un métal plus réducteur que le fer. Anode : Zinc et Cathode Fer. En cas de rayure, le fer est protégé par le zinc (anode sacrificielle). Le fer est protégé tant qu'il reste du zinc.

Le nickel est un métal moins réducteur que le fer. Anode : Fer et Cathode : Nickel.

Tant que le Nickel recouvre le fer, celui-ci est oxydé. La couche d'oxyde recouvre le nickel et protège donc la bouteille (passivation). En présence d'une rayure, le fer est à nouveau soumis à la corrosion.

On choisit la protection par le zinc.

Partie n°5: Mesure de Pression

38. Quand les résistances sont égales, les tensions V_{AM} et V_{BM} sont égales à $E/2$. On peut exprimer ses tensions par une loi des mailles et des lois d'Ohm ou directement par pont diviseur de tension.

Ainsi $U = 0$.

39. $V_{BM} = \frac{E}{2}$ et $V_{AM} = \frac{R_p}{R_0 + R_p} E$. D'où $U = \frac{E}{2} \frac{\Delta R}{2R_0 + \Delta R}$.

40. On pose $\varepsilon = \frac{\Delta R}{R_0}$.

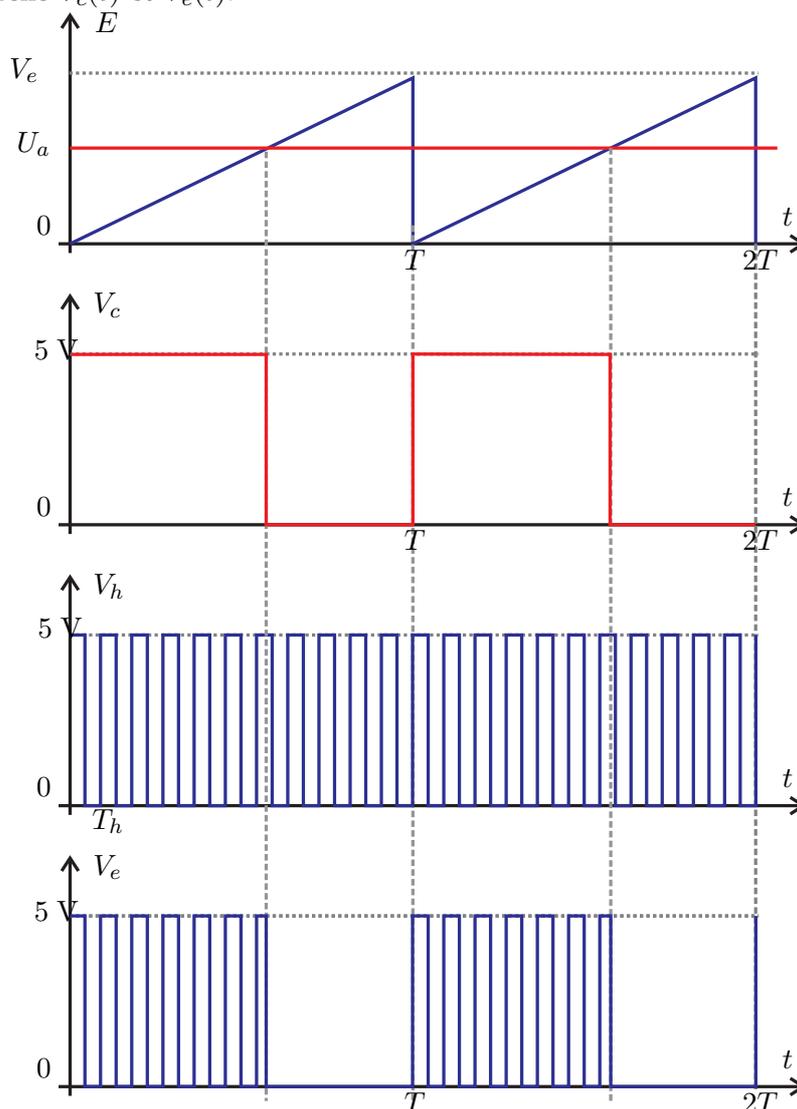
$$U = \frac{E}{2} \frac{\varepsilon}{2 + \varepsilon}$$

41. $U = \frac{E}{2} \frac{\varepsilon}{2 + \varepsilon} = \frac{E}{4} \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon/4} \simeq \frac{E}{4} \varepsilon \times (1 - \varepsilon/4)$. En éliminant les termes d'ordre 2 :

$$U = \frac{E}{4} \varepsilon$$

42. Relation entre la variation de pression ΔP et la tension U : $U = \frac{E}{4} \alpha \Delta P$.

43. Evolution temporelle $V_c(t)$ et $V_e(t)$.



44. Le nombre maximum en sortie du compteur est le mot binaire : "11111111" qui correspond à $N_{max} = 2^8 - 1 = 255$.
45. $T_h = \frac{T}{2^n - 1}$. $\Delta U_A = \frac{V_{max}}{2^n - 1}$. $\Delta U_A = 0,039$ V.
46. On améliore le dispositif simplement en augmentant n .
47. Mémoire 3,6 ko. Il n'y a donc pas de problème de stockage.