

CONCOURS GENERAL DES LYCEES

SESSION 2008

COMPOSITION DE SCIENCES PHYSIQUES

(Classe de terminale S)

DUREE : 5 heures

Calculatrice autorisée

L'ÉCLAIRAGE ARTIFICIEL

Ce problème est composé de deux parties indépendantes. Une lecture attentive est nécessaire afin d'effectuer une bonne synthèse des données fournies dans l'énoncé.

La longueur de l'épreuve ne doit pas dérouter le candidat. La diversité des questions posées doit lui permettre, au contraire, de tirer le meilleur profit de ses connaissances et de sa capacité d'analyse.

Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes.

Si, au cours de l'épreuve, le candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

La plus grande importance sera donnée à la qualité de la rédaction et de la présentation des résultats obtenus. Il est rappelé en particulier qu'une application numérique sans unité est sans valeur et que le nombre de chiffres significatifs doit être cohérent avec les données de l'énoncé.

L' ECLAIRAGE ARTIFICIEL

Au Moyen Age, les villes baignaient dans une quasi obscurité : flambeaux, lanternes étaient utilisés pour se déplacer, pour éclairer les portes des villes...

Au XVII^e siècle, l'éclairage systématique des rues de Paris est mis en place et s'améliore au XVIII^e avec l'invention du réverbère.

Les premiers essais de l'éclairage au gaz remontent au début du XIX^e siècle, de même que les premiers réseaux de distribution.

Fondamentalement, la révolution industrielle, le développement des villes et des échanges créent les besoins d'une extension des éclairages.

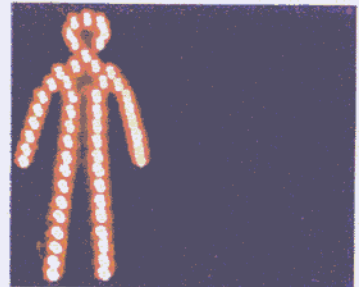
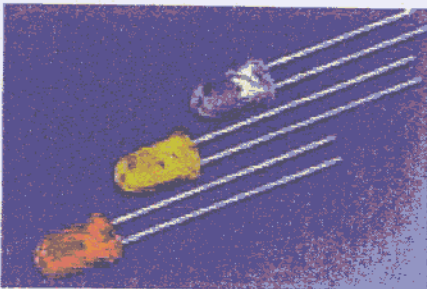
À partir de la fin du XIX^e siècle, l'éclairage public - déjà banalisé avec le bec de gaz - évolue avec les premières sources électriques.

De nos jours, l'éclairage est un champ de consommation électrique primordial qu'il convient de ne pas sous-estimer : elle représente 10 % à 15 % de l'énergie consommée dans les pays développés.

Le choix d'une lampe doit être effectué en fonction de critères de consommation et de performance.

Le but de ce problème est de comparer le rendement et la puissance lumineuse émise par deux grands types de sources lumineuses : les lampes à incandescence et les diodes électroluminescentes. Ces dernières commencent à remplacer les lampes à incandescence dans l'éclairage portatif et pourraient bien révolutionner l'éclairage dans l'avenir.

- Dans une première partie, nous nous intéresserons aux sources à incandescence (lampe à incandescence classique et lampe halogène) en mettant en évidence les phénomènes physiques et en étudiant le principe de l'élaboration de la poudre de tungstène nécessaire à la fabrication du filament.
- Une deuxième partie, est consacrée aux diodes électroluminescentes : la réalisation, la conductivité d'un semi-conducteur dopé N ou P, l'émission de lumière et une application pratique : la lampe torche dite « éternelle ».



Diodes électroluminescentes et un exemple d'utilisation.

Données préliminaires:

- Charge d'un électron : $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Masse d'un électron : $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- Masse volumique de l'arséniure de gallium : $\rho_{\text{Ga}} = 5318 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Constante d'Avogadro : $N_a = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- Masses molaires atomiques :
 - de l'oxygène : $M_{\text{O}} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
 - du tungstène : $M_{\text{W}} = 184 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
 - du silicium : $M_{\text{Si}} = 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
 - de l'arsenic : $M_{\text{As}} = 75 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
 - du gallium : $M_{\text{Ga}} = 69,7 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

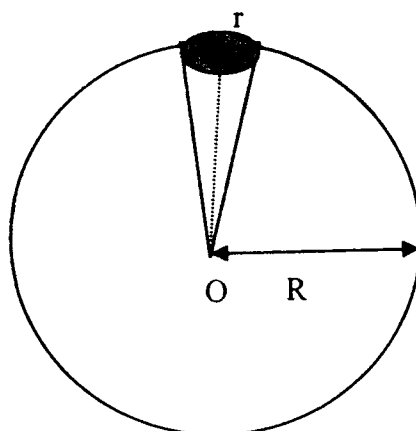
- Compléments mathématiques :

➤ Les solutions $f(t)$ de l'équation différentielle $\frac{df}{dt} + A \cdot f(t) = B$ où A et B désignent des constantes non nulles sont : $f(t) = K \cdot e^{-At} + \frac{B}{A}$ où K est un nombre réel quelconque.

➤ Le logarithme décimal, noté \log , est défini à partir du logarithme népérien, noté \ln , par :

$$\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$

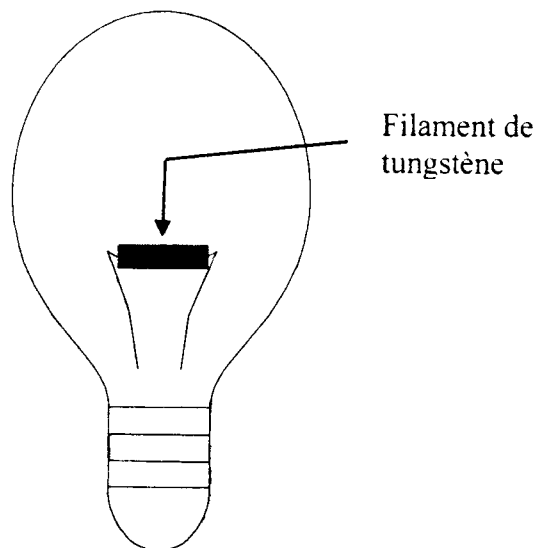
➤ La surface d'une portion de sphère, de rayon R et de centre O , interceptée par un cône de révolution de sommet O peut être assimilée à la surface d'un disque de rayon r , soit $s = \pi \cdot r^2$, si $r \leq \frac{R}{2}$.



I. Les sources d'éclairage à incandescence

A. La lampe à incandescence

La lampe à incandescence d'Edison fut introduite en Europe en 1882. A l'heure actuelle, ces ampoules à filament sont encore très présentes dans les foyers. Elles produisent de la lumière en portant à incandescence un filament de tungstène. Cette application de l'électricité est une des plus simples et n'a que peu évolué depuis plus d'un siècle.



Ampoule à incandescence

Dans une lampe à incandescence, le filament de tungstène amené à haute température émet un rayonnement dont le spectre est continu. Ce dernier est assez proche de celui du soleil, ce qui profère aux lampes à incandescence classiques un bon confort visuel.

Tout corps porté à une température T rayonne une puissance P suivant la loi de Stefan : $P = \sigma \cdot T^4 \cdot S$ où S représente la surface en contact avec le milieu extérieur, T sa température et σ la constante de Stefan qui vaut $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{K}^{-4} \cdot \text{m}^{-2}$.

Le filament est assimilé à un cylindre de longueur $l = 40 \text{ cm}$, de rayon $a = 0,02 \text{ mm}$, de résistance $R = \rho \cdot \frac{l}{\pi \cdot a^2}$ avec ρ la résistivité du tungstène.

L'ampoule en verre est remplie d'un gaz inerte (argon, krypton...) afin de protéger le filament.

On ne tiendra pas compte de l'absorption du rayonnement par le verre de l'ampoule ni des éventuels courants de chaleur dans le gaz inerte.

La température de fusion du tungstène vaut $T_{\text{fusion}} = 3683 \text{ K}$.

A.1. A $25 \text{ }^\circ\text{C}$, la résistivité du tungstène vaut : $\rho = 7,1 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Pour une tension d'alimentation $V = 220 \text{ V}$ aux bornes du filament, quelle est la puissance P_J dissipée par effet Joule ? Commenter.

A.2. Pourquoi le filament s'échauffe-t-il ?

A.3. En régime permanent, sous quelle forme est réémise la puissance reçue par le filament ?

A.4. Exprimer la puissance P_r rayonnée par le filament en fonction de σ , l , a et T la température du filament.

A.5. En effectuant, en régime permanent, un bilan de puissance pour le filament de tungstène, évaluer numériquement la température d'équilibre du filament. Que remarquez-vous ?

A.6. En réalité, la résistivité du tungstène dépend de la température selon la loi :

$$\rho = A.T^2 + B.T \text{ avec } A = 2.5.10^{-14} \Omega.m.K^{-2} \text{ et } B = 2.3.10^{-10} \Omega.m.K^{-1}.$$

a) Montrer que la température d'équilibre du filament est solution d'une équation du type : $\sigma.T^4 = \frac{K}{A.T^2 + B.T}$ où K est une constante à exprimer en fonction des données. Donner la valeur numérique de K . Préciser son unité.

b) Tracer sur un même graphique les deux fonctions $f(T) = \sigma.T^4$ et $g(T) = \frac{K}{A.T^2 + B.T}$ en fonction de T , pour T comprise entre 2000 K et 4000 K

c) Quelle est la valeur réelle de la température du filament ? Conclusion.

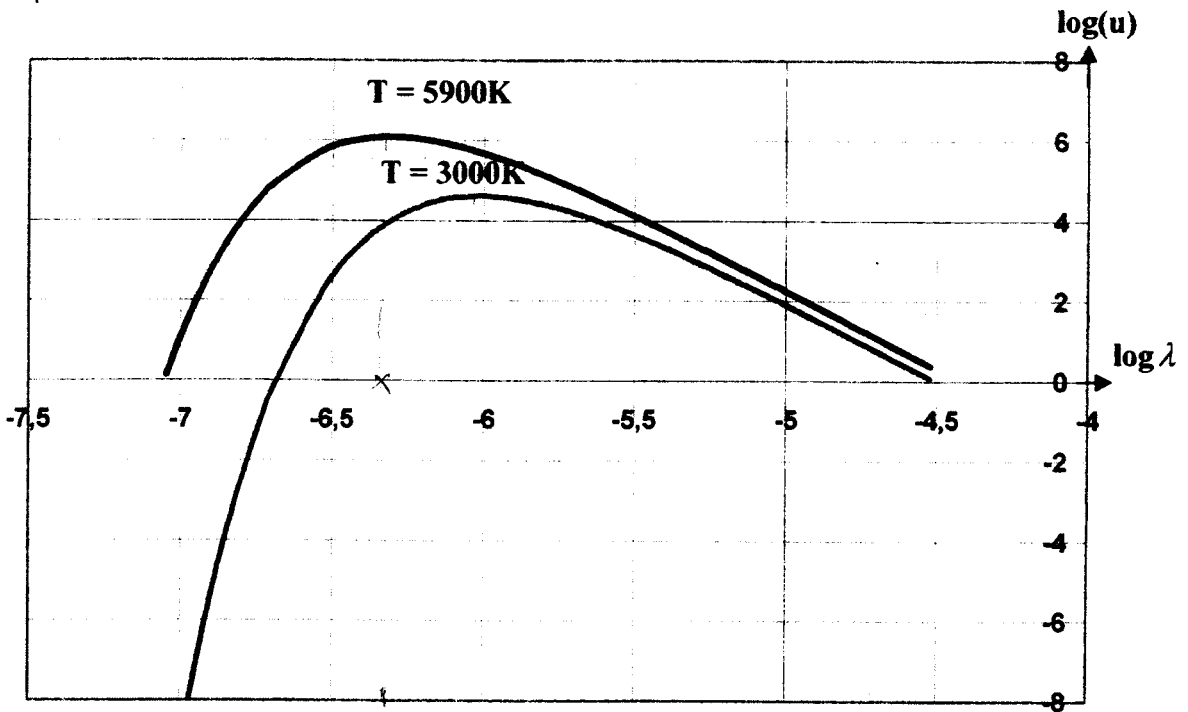
A.7. Quel est l'intérêt de choisir une longueur $l = 40$ cm de filament ? Comment réaliser une telle longueur dans l'ampoule ?

A.8. Pourquoi choisir le tungstène comme matériau ?

A.9. Le soleil dont la température de surface est de l'ordre de 5900 K émet un rayonnement dont le spectre admet un maximum d'émission pour la longueur d'onde $\lambda_m = 0,49 \mu m$.

L'énergie par unité de volume et par unité de longueur d'onde, associée au rayonnement émis, est appelée densité spectrale d'énergie volumique rayonnée. Elle est notée u et s'exprime en $J.m^{-4}$.

La courbe donnant u (exprimée en $J.m^{-4}$) en fonction de la longueur d'onde λ (exprimée en mètre) pour deux corps portés respectivement aux températures $T = 5900$ K et $T = 3000$ K a l'allure suivante en échelles logarithmiques :



- a) Dans quel domaine spectral se situe la longueur d'onde λ_m correspondant au maximum d'émission du soleil ?
- b) En vous appuyant sur la figure précédente, évaluer la longueur d'onde correspondant au maximum de la puissance émise par le filament. A quel domaine spectral appartient-elle ?
- c) On constate que 95% de la puissance lumineuse émise par le filament n'est pas dans le domaine visible.
- c.1) Commenter ce résultat.

c.2) Calculer le rendement η de la lampe défini par :

$$\eta = \frac{P_{\text{visible}}}{P_{\text{totale}}} = \frac{\text{puissance émise dans le visible}}{\text{puissance totale émise}}$$

B. Lampe halogène

Les lampes halogènes sont des lampes à incandescence. Cependant, elles possèdent en plus des propriétés remarquables. Dans les lampes à incandescence classiques, le filament de tungstène se sublime peu à peu. Ceci a deux conséquences, les atomes de tungstène sublimés se déposent sur la surface interne de l'ampoule qui s'opacifie, diminuant ainsi son efficacité lumineuse et, à terme le filament s'amincit et un claquage se produit ensuite.

La durée de vie d'une lampe à incandescence est de l'ordre de 1000 heures.

Le cycle halogène est à l'origine des performances des lampes halogènes, il permet une durée de vie plus longue de l'ordre de 2 000 heures et une efficacité supérieure. Dans les ampoules halogènes, on a introduit pour la première fois en 1959, en plus des gaz de remplissage habituels des halogènes, typiquement du diiode I_2 ou surtout du dibrome (introduit sous forme de bromure de méthyle).

Le cycle halogène peut se traduire par l'équation suivante :



où W est un atome de tungstène et X un atome d'halogène.

A basse température (vers 573 K), la réaction peut être considérée comme totale dans le sens direct : $W + 2 X \rightarrow WX_2$ et à haute température (vers 3000 K), la réaction peut être considérée comme totale dans le sens inverse : $WX_2 \rightarrow W + 2 X$.

Dans une première étape, certains atomes de tungstène du filament se subliment.

A bonne distance du filament, là où la température est plus faible (573 K), les atomes de tungstène se combinent aux molécules d'halogène (réaction dans le sens direct $W + 2 X \rightarrow WX_2$).

Les molécules WX_2 ainsi formées, se rapprochant du filament à 3000 K se décomposent (réaction dans le sens inverse $WX_2 \rightarrow W + 2 X$) et les atomes de tungstène peuvent se redéposer sur le filament.

B.1. La température est un facteur important pour décrire le sens d'évolution d'un équilibre. En vous basant sur un exemple de votre choix, citer un autre paramètre permettant d'influer sur le caractère total ou limité d'une réaction chimique.

B.2. La température du filament d'une lampe halogène étant plus élevée que dans le cas d'une lampe à incandescence classique, quel éclairage va préférer l'utilisateur ? On justifiera la réponse.

B.3. Un corps chauffé émet de l'énergie sous forme de rayonnement électromagnétique. Connaissez-vous d'autres modes de transfert thermique ?

Au vu de ces quelques données, il semble donc qu'un filament puisse durer indéfiniment, en réalité le tungstène a une fâcheuse tendance à se redéposer en un point différent de celui d'où il vient. Il apparaît donc une série de points fragiles sur le filament, ces points sont autant de zones de rupture potentielles.



B.4. Expliquer pourquoi les zones fragilisées de section plus faible sont plus chaudes.

Ces zones plus chaudes sont moins aptes à recevoir le dépôt de tungstène et la fragilisation est ainsi encore accélérée en fin de vie du filament.

C. Elaboration du tungstène

C.1. Préliminaires : Réaction entre les ions argent et chlorure en solution aqueuse

On considère la réaction entre les ions argent et les ions chlorure, d'équation : $\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq}) = \text{AgCl}(\text{s})$, et de constante d'équilibre $K = 5,6 \cdot 10^9$ à 298 K.

C.1.1. On mélange à 298 K 10^{-2} mol de nitrate d'argent ($\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{NO}_3^-(\text{aq})$) et 10^{-2} mol de chlorure de sodium ($\text{Na}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq})$) dans 1 L d'eau.

- Calculer le quotient de la réaction.
- Le système est-il à l'équilibre ?
- Dans quel sens évolue spontanément le système ? Justifier votre réponse.
- Calculer les concentrations des ions argent et chlorure à l'équilibre.

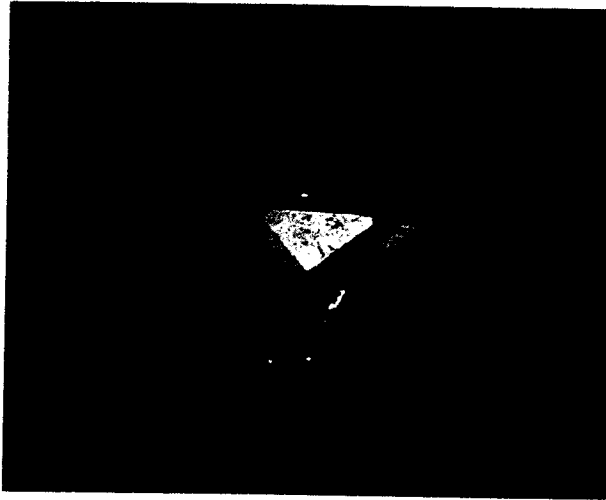
C.1.2. On mélange à 298 K 10^{-6} mol de nitrate d'argent ($\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{NO}_3^-(\text{aq})$) et 10^{-6} mol de chlorure de sodium ($\text{Na}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq})$) dans 1 L d'eau.

- Calculer le quotient de la réaction.
- L'équilibre chimique est-il réalisé ?
- Dans quel sens devrait évoluer le système ? Est-ce possible ?
On dit qu'il y a rupture d'équilibre chimique.
- Donner les valeurs des concentrations des ions argent et chlorure dans l'état final.

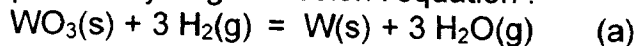
- e. A-t-on le droit d'utiliser la constante d'équilibre pour déterminer les concentrations des ions argent et chlorure en solution dans l'état final ?

C.2. Elaboration de la poudre de tungstène

L'élément tungstène de symbole W est toujours combiné à l'élément oxygène dans ses minerais (la wolframite $(\text{Fe},\text{Mn})\text{WO}_4$ et la scheelite CaWO_4).

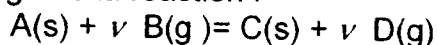


La dernière étape d'obtention du tungstène conduit à réduire à 1173 K le trioxyde de tungstène WO_3 par le dihydrogène selon l'équation :



La constante d'équilibre vaut $K_a = 1,9$.

On admet que les critères permettant de déterminer le sens d'évolution et l'état d'équilibre d'un système chimique en phase aqueuse restent valables dans le cas d'un système siège de la réaction :



où A, B, C et D sont des entités chimiques, ν un coefficient stœchiométrique et

pour laquelle le quotient de réaction Q_r s'écrit : $Q_r = \frac{n_D^\nu}{n_B^\nu}$ avec n_D et n_B

respectivement les quantités de matière des constituants gazeux D et B.

Les gaz sont assimilés à des gaz parfaits.

On utilisera le résultat très général démontré à la question précédente dans le cas particulier d'une réaction de précipitation : on ne peut utiliser la constante d'équilibre d'une réaction mettant en jeu des solides pour déterminer l'état final d'un système que si tous les solides présents dans son équation de réaction peuvent effectivement exister dans l'état final.

- C.2.1. Une enceinte de volume $V = 1 \text{ L}$ portée à 1173 K, contient une masse de 0,93 g de trioxyde de tungstène et du dihydrogène à la pression initiale $P = 10^5 \text{ Pa}$.

- a. Calculer les quantités de matière initiales (avant réaction) en dihydrogène et en trioxyde de tungstène.
- b. Calculer le quotient de la réaction. Dans quel sens évolue le système ?
- c. Calculer la valeur de l'avancement à l'équilibre et donner la composition du système à l'équilibre.

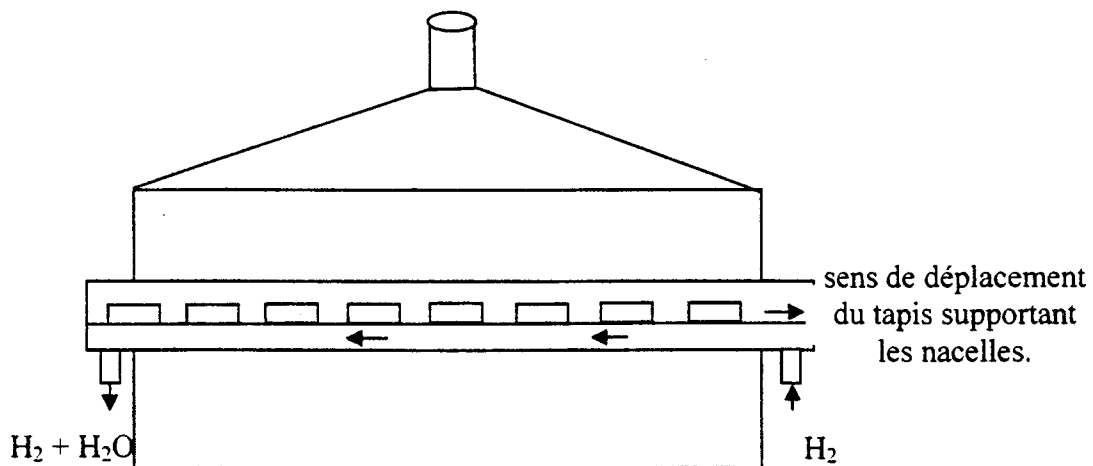
C.2.2. La même enceinte, toujours à 1173 K, contient initialement une masse de 0,93 g de trioxyde de tungstène, $3 \cdot 10^{-3}$ mol d'eau et de $7 \cdot 10^{-3}$ mol de dihydrogène.

- a. Dans quel sens évolue spontanément le système ?
- b. Déterminer la composition du système à l'équilibre. Que remarquez-vous ? Commenter.

C.2.3. Dans les mêmes conditions, on place 0,93 g de trioxyde de tungstène en présence de $7 \cdot 10^{-3}$ mol d'eau et de $3 \cdot 10^{-3}$ mol de dihydrogène.

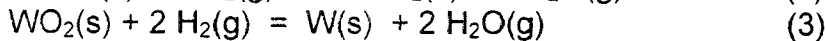
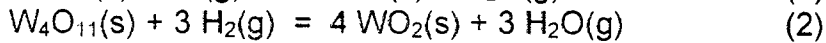
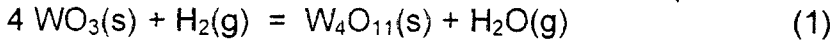
- a. Dans quel sens évolue spontanément le système ?
- b. Déterminer la composition du système dans l'état final.

C.2.4. La réduction se fait dans un four électrique dans lequel on observe un double mouvement : le dihydrogène, pur et sec à l'entrée en excès, passe en contre-courant sur le trioxyde de tungstène disposée dans des nacelles qui circulent en sens inverse.



- Donner une condition sur le rapport des quantités de matière en dihydrogène et vapeur d'eau pour que la réaction se produise dans le sens souhaité.
- Justifier l'intérêt de l'excès en dihydrogène et de la technique dite à contre-courant.
- Quel traitement doit subir le mélange gazeux contenant du dihydrogène après chaque passage dans le four et avant d'y être réinjecté ?

C.2.5. En réalité, la réduction se fait selon les trois équations de réaction suivantes :



Dans le domaine de température 850-1300 K, les constantes d'équilibre des réactions précédentes dépendent de la température selon les équations :

$$\ln K_1 = -\frac{5683}{T} + 7.2$$

$$\ln K_2 = -\frac{5643}{T} + 6.1$$

$$\ln K_3 = -\frac{5014}{T} + 4.0$$

Dans ces trois relations, la température T est exprimée en Kelvin.

- La relation de Van't Hoff permet de montrer que la constante d'équilibre K d'une réaction chimique dépend de la température selon la loi : $\ln K = \alpha - \frac{E_r}{R.T}$ où α est une constante et E_r l'énergie molaire de la réaction. Calculer les énergies molaires des réactions chimiques (1), (2) et (3).
- Ces réactions sont-elles endothermiques ou exothermiques ?
- La formation de tungstène sera-t-elle favorisée par une haute ou une basse température ?

C.2.6. Montrer que l'équation de réaction (a) peut se mettre sous la forme d'une combinaison linéaire des équations de réaction (1), (2) et (3) :

$$(a) = \alpha.(1) + \beta.(2) + \gamma.(3)$$

Déterminer les coefficients α , β et γ .

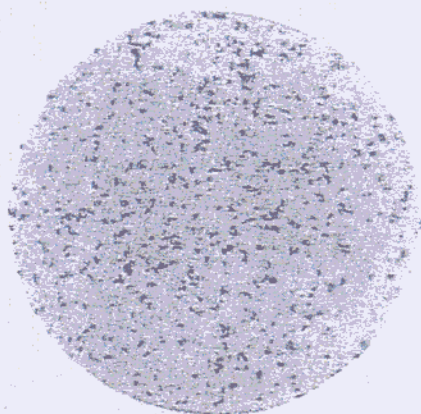
C.2.7. La température est un paramètre important de la fabrication du tungstène comme en témoigne l'expérience suivante :

10 grammes de poudre fine d'oxyde jaune de trioxyde de tungstène WO_3 sont soumis à un courant de dihydrogène sec pendant une heure à différentes températures maintenues constantes pendant l'opération.

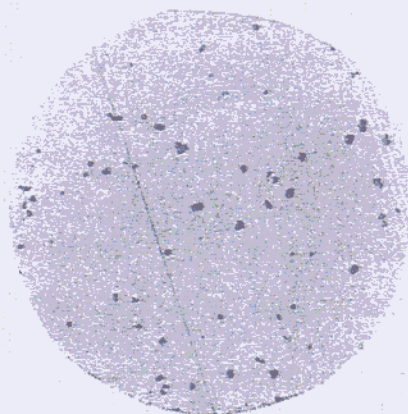
Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant :

Température	Aspect	Composition
900 K	Brun	WO ₂
950 K	Brun-noir	WO ₂ + W
1000 K	Gris-noir	W
1200 K	Gris métallique	W
1300 K	Gris métallique granuleux	W

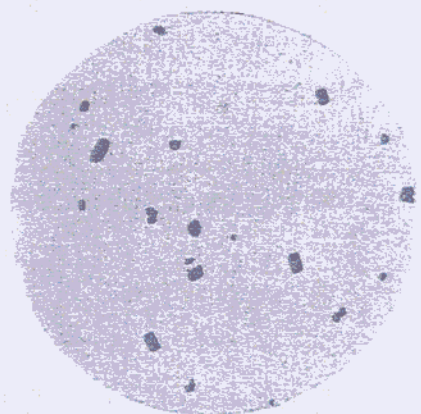
Photographies obtenues au microscope



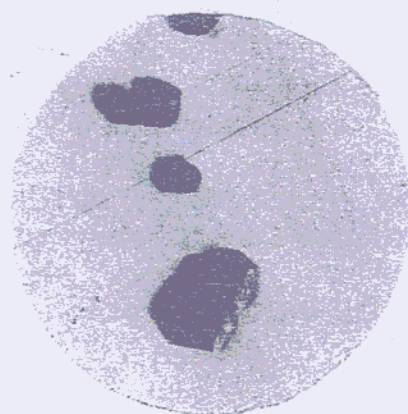
A 900 K, oxyde brun (WO₂)
diamètre des particules d = 0,5 µm



A 1000 K, tungstène
diamètre des particules d = 1 µm



A 1200 K, tungstène
diamètre des particules d = 3 µm



A 1300 K, tungstène
diamètre des particules d = 10 µm

Commenter ces résultats expérimentaux.

C.2.8.

Dans l'industrie, on utilise le four décrit précédemment à la question C.2.4. Pour obtenir une poudre de tungstène constituée de grains fins de l'ordre de 1 μm , l'industriel peut agir sur différents paramètres.

a. Quelle température faut-il choisir ?

b. Préfère-t-on

- une faible ou une forte épaisseur de la couche d'oxyde ?
- une faible ou une forte porosité de cette couche d'oxyde ?
- un débit faible ou élevé du courant de dihydrogène ?
- une faible ou une grande vitesse de passage des nacelles contenant l'oxyde ?

C.2.9 . Certains auteurs ont essayé de quantifier ces influences.

Ainsi, la durée de réduction de la couche d'oxyde en position statique est donnée par la relation empirique :

$$t = 6,66.10^{20} . \rho_o . T^{-5,7} . (f.h)^{1,6}$$

avec t : la durée de réduction en seconde (s)

ρ_o : la masse volumique de l'oxyde en g.cm^{-3}

T : la température thermodynamique de réduction en kelvin (K)

f : la fraction d'oxyde réduit

h : la hauteur de la couche d'oxyde en cm

Commenter la formule proposée.

II. Diode électroluminescente

Les diodes électroluminescentes pourraient bientôt révolutionner l'éclairage. Il s'agit d'une diode un peu particulière, qui a la propriété d'émettre de la lumière quand un courant la parcourt. Il en existe de plusieurs sortes, fabriquées avec des matériaux différents, qui seront choisis par le constructeur en fonction du rendement et du type de lumière désirés.

Le gros avantage des diodes électroluminescentes est leur durée de vie qui est de 50 000 heures comparée à 1 000 heures pour une lampe à incandescence.

Il y a dix ans, elles n'occupaient que le rôle de voyant lumineux pour appareil domestique (téléviseur, chaîne hifi...).

On utilise désormais des diodes électroluminescentes pour l'affichage en extérieur (feux tricolores par exemple), ou pour de la signalisation en intérieur (voyant d'alarme, éclairage d'ambiance).

Les diodes semi-conductrices utilisées de façon classique en électronique sont des composants réalisés avec du silicium. Plus récemment l'électronique rapide a fait appel à des matériaux plus complexes notamment à l'arséniure de gallium (AsGa). Ces matériaux possèdent une propriété supplémentaire par rapport au silicium : une jonction PN, c'est-à-dire l'assemblage de deux régions du même matériau dopées différemment, peut émettre de la lumière lorsqu'elle est polarisée en direct. Cette lumière est monochromatique et est caractéristique du matériau utilisé. Une diode électroluminescente est un dispositif semi-conducteur qui transforme un courant électrique en lumière.

A. Mise en évidence de quelques ordres de grandeur

Pour réaliser de l'arséniure de gallium AsGa dopé N, on a incorporé à de l'arséniure de gallium pur, du silicium, à raison de $N_D = 1,5 \cdot 10^{21}$ atomes de silicium par m^3 d'arséniure de gallium.

On suppose que les atomes de silicium sont régulièrement répartis dans le cristal d'arséniure de gallium.

A.1. Calculer le nombre de moles d'arséniure de gallium par m^3 .

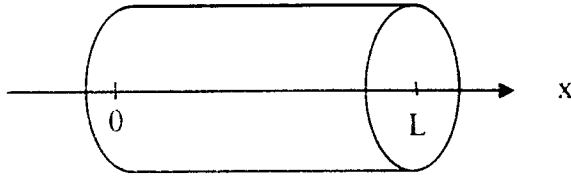
A.2. Pour un volume donné d'arséniure de gallium de type N, calculer le rapport du nombre de moles d'arséniure de gallium au nombre de moles d'atomes de silicium.

A.3. Evaluer numériquement la masse de silicium à incorporer à 1 kg d'arséniure de gallium pour obtenir la concentration N_D indiquée pour l'arséniure de gallium de type N.

B. Le dopage

Une technique de dopage des semi-conducteurs est la diffusion moléculaire d'impuretés à l'état gazeux au sein du réseau cristallin du semi-conducteur d'arséniure de gallium.

On va étudier une situation simple à une dimension et on va supposer dans les questions B.1. B.2. et B.3., le régime permanent c'est-à-dire indépendant du temps. On impose à l'extrémité $x = 0$ d'un cylindre d'arséniure de gallium de section S un nombre n_1 d'atomes de silicium par m^3 et à l'autre extrémité $x = L$ un nombre n_2 d'atomes de silicium par m^3 ($n_2 < n_1$). La distribution des atomes de silicium n'étant pas homogène, les atomes diffusent à l'intérieur du cylindre dans le sens des x croissant.



La densité de courant de diffusion j_n est égale au nombre d'atomes traversant par unité de temps une unité de surface perpendiculaire à l'axe Ox .

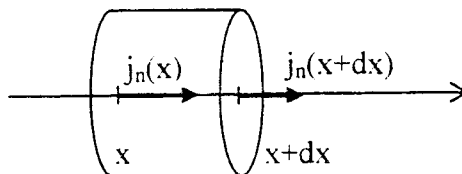
B.1. En quelle unité s'exprime la densité de courant j_n ?

B.2. Soit $n(x)$ le nombre d'atomes de Si par unité de volume à l'abscisse x . L'expérience montre que l'on peut utiliser avec une excellente approximation la loi de Fick :

$$j_n = -D \cdot \frac{dn(x)}{dx} \text{ où } D \text{ est une constante.}$$

- Expliquer qualitativement pourquoi D est nécessairement une constante positive.
- En quelle unité s'exprime D ?

B.3. Considérons un cylindre élémentaire de section S compris entre les plans d'abscisse respectivement x et $x + dx$:



- Exprimer le nombre d'atomes de silicium $dN(x)$ entrant par la face d'abscisse x pendant le temps dt en fonction de S , dt et $j_n(x)$.
- Exprimer le nombre d'atomes de silicium $dN(x+dx)$ sortant par la face d'abscisse $x+dx$ pendant le temps dt en fonction de S , dt et $j_n(x+dx)$.
- Ecrire une relation traduisant la conservation de la quantité de matière pour le cylindre élémentaire en régime indépendant du temps.
- Donner la loi simple vérifiée par $n(x)$ en fonction de n_1 , n_2 , L et x .

B.4. Considérons, à présent, la situation expérimentale dans laquelle les atomes de silicium sont, à l'instant initial $t = 0$, introduits brusquement en $x = 0$ dans le semi-conducteur d'arséniure de gallium. Soit N_0 le nombre d'atomes de silicium ainsi introduits par unité de surface à $t = 0$.

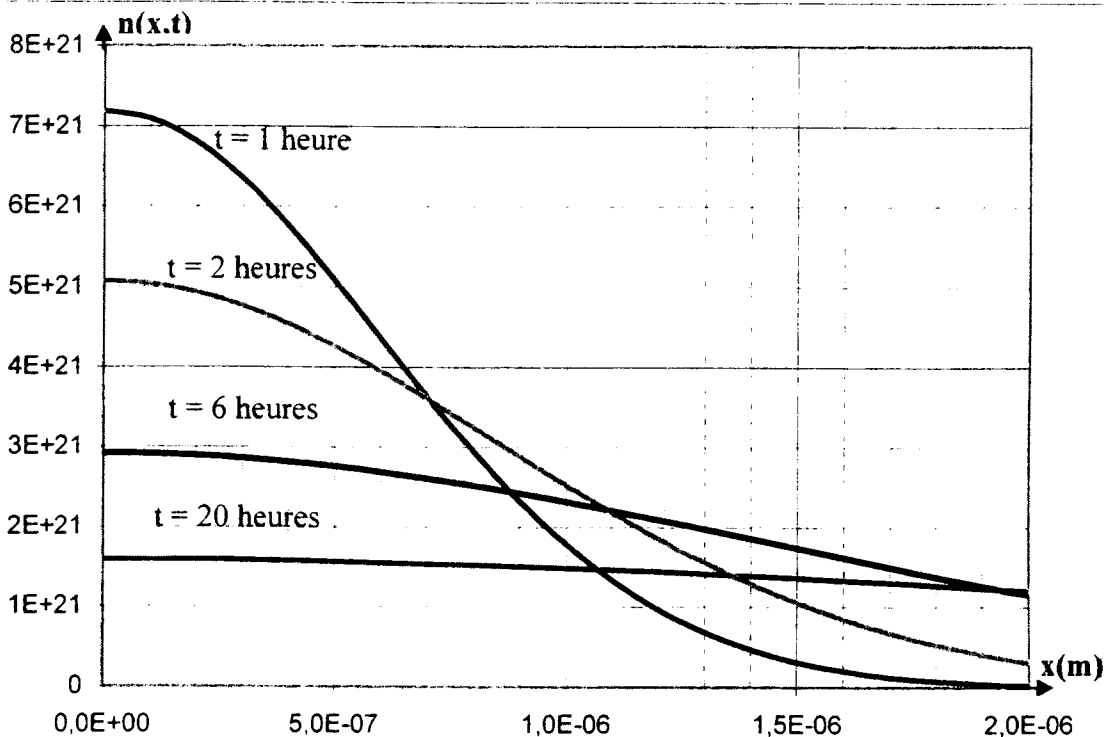
On peut montrer que le nombre d'atomes de silicium $n(x,t)$ par unité de volume à l'abscisse x à l'instant t est de la forme :

$$n(x,t) = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi Dt}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$$

Le régime n'est donc plus permanent.

a) En utilisant une analyse dimensionnelle, donner la dépendance du temps caractéristique τ de diffusion jusqu'à l'abscisse x , en fonction de x et du coefficient de diffusion D .

b) On donne quelques courbes représentant, en fonction de x , la distribution $n(x,t)$ du nombre d'atomes de silicium par m^3 à différents instants t .

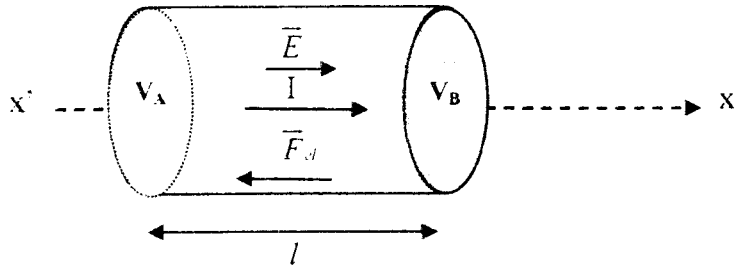


En explicitant la méthode utilisée, en déduire le coefficient de diffusion D du silicium dans l'arséniure de gallium.

Quelle est la valeur du temps caractéristique τ pour une longueur de $2 \mu m$?

C. Conductivité

C.1. Conductivité dans un métal (modèle de Drude)



On établit, à l'instant $t = 0$, une différence de potentiel constante $V_A - V_B > 0$ entre les deux extrémités d'un barreau cylindrique en cuivre de longueur l , de section S et d'axe $x'x$.

Le barreau est le siège d'un courant d'intensité I qui résulte du déplacement des électrons libres présents dans le métal.

Ces électrons sont mis en mouvement sous l'effet d'une force électrique \vec{F}_{el} dirigée en sens opposé du courant I et qui s'écrit : $\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}$ avec $q = -e$ la charge de l'électron et \vec{E} le champ électrique permanent et uniforme qui règne à l'intérieur du barreau.

La norme du champ électrique vaut : $E = \frac{V_A - V_B}{l}$.

Ces électrons libres évoluent dans un réseau de charges quasiment immobiles et ne sont donc pas complètement libres.

Pour rendre compte du rôle essentiel du milieu, Drude a proposé d'introduire une force de frottement visqueux opposée à la vitesse de l'électron \vec{v} , de la forme : $\vec{F} = -\alpha \cdot \vec{v}$ avec α une constante positive caractéristique du milieu.

C.1.1. En appliquant la seconde loi de Newton à l'électron, déterminer l'équation différentielle vérifiée par chacune des coordonnées de la vitesse d'un électron.

C.1.2. En déduire que la vitesse d'un électron libre peut s'écrire $\vec{v} = -\mu_- \vec{E}$ après un certain temps caractéristique que l'on exprimera en fonction de la masse de l'électron m et de la constante α .

Donner l'expression de la mobilité caractéristique de l'électron μ_- en fonction de e et α . On a alors atteint le régime permanent.

C.1.3. Le vecteur densité de courant \vec{j} est défini par $\vec{j} = \rho_m \cdot \vec{v}$ avec ρ_m la densité volumique de charges mobiles et \vec{v} la vitesse de l'électron libre. La densité volumique de charges mobiles peut s'écrire $\rho_m = -n \cdot e$ où n représente le nombre d'électrons libres par unité de volume.

Exprimer la conductivité γ du métal définie par la loi d'Ohm locale : $\vec{j} = \gamma \cdot \vec{E}$ en fonction de n , e et la mobilité μ_- . On note j la norme du vecteur densité de courant.

C.1.4. L'intensité du courant représente la quantité d'électricité qui traverse la surface S par unité de temps. Elle s'exprime de façon simple dans notre cas particulier par la relation $I = j.S$ où S désigne la section du barreau. En déduire la résistance R_{AB} du barreau du cuivre en fonction de γ , S et l .

C.1.5. En quelle unité s'exprime γ ?

C.1.6. L'expression donnée pour la résistance du filament de tungstène $R = \rho \cdot \frac{l}{\pi a^2}$ dans la partie I.A. est-elle cohérente avec les résultats précédents ?

C.2. Conductivité dans un semi-conducteur

C.2.1. Dans un semi-conducteur d'arséniure de gallium dopé N, le phénomène de conduction est dû à la présence de $n = N_D = 1,5 \cdot 10^{21}$ électrons par m^3 apportés par les atomes de silicium.

Ces électrons possèdent une mobilité $\mu_- = 9200 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

Calculer numériquement la conductivité γ_n du semi-conducteur d'arséniure de gallium dopé N.

C.2.2. Pour réaliser de l'arséniure de gallium dopé P, on a incorporé à de l'arséniure de gallium pur, du zinc, à raison de $N_A = 3 \cdot 10^{23}$ atomes de zinc par m^3 d'arséniure de gallium.

Dans un semi-conducteur d'arséniure de gallium dopé P, le phénomène de conduction est dû à la présence de $p = N_A$ porteurs de charge positive par m^3 apportés par le zinc.

Ces porteurs de charge +e possèdent une mobilité $\mu_+ = 400 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

La vitesse d'un porteur de charge positive s'écrit $\vec{v} = \mu_+ \cdot \vec{E}$ avec $\mu_+ > 0$. Le vecteur densité de courant est toujours défini par la relation $\vec{j} = \rho_m \cdot \vec{v}$ avec ρ_m la densité volumique des charges mobiles.

a) Exprimer la conductivité γ_p du semi-conducteur d'arséniure de gallium dopé P en fonction de p , e et μ_+ . Effectuer l'application numérique.

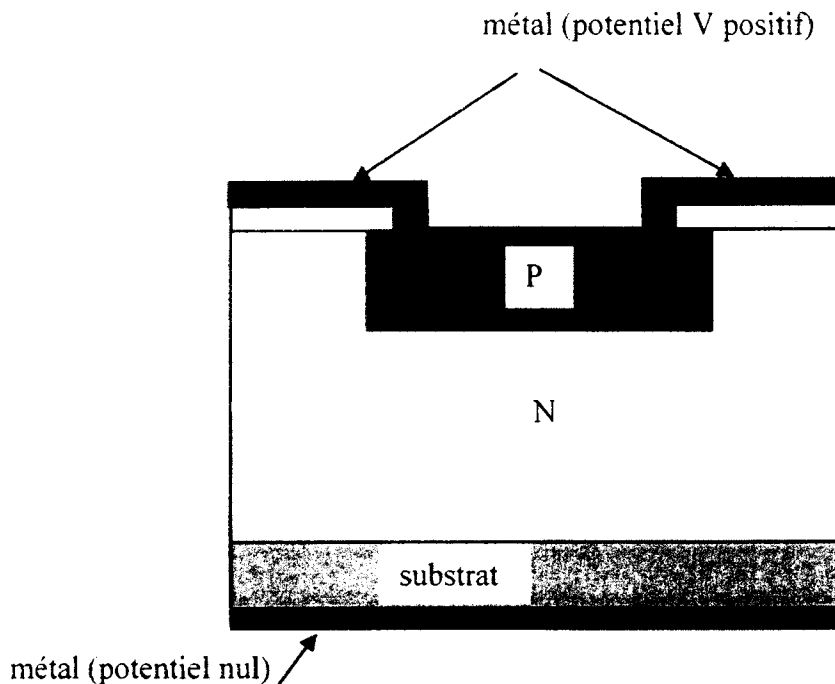
b) Montrer que les porteurs de charge positive contribuent au passage du courant dans le même sens que les porteurs de charge négative.

Les **semi-conducteurs** sont des matériaux présentant une conductivité électrique intermédiaire entre les métaux et les isolants.

Les semi-conducteurs sont primordiaux en électronique car ils offrent la possibilité de contrôler, par divers moyens, à la fois la quantité de courant électrique susceptible de les traverser et la direction que peut prendre ce courant.

D. Emission de lumière

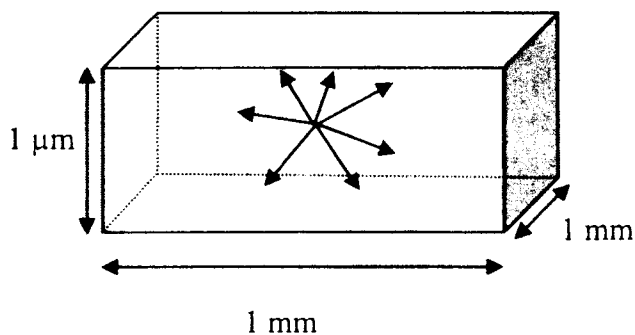
Une diode électroluminescente est une jonction PN traversée par un courant d'intensité I . On va supposer que chaque électron injecté dans la LED génère un photon dans la zone dopée P.



Jonction PN

Pour simplifier, on suppose que la lumière est émise de manière identique dans toutes les directions à partir d'un point situé au milieu de la zone dopée P représentée ci-dessous.

Les dimensions de la zone dopée P sont données sur le schéma ci-dessous.



On va considérer que la lumière ne peut sortir que par la face supérieure de la zone dopée P et que chaque rayon qui touche les autres côtés de cette zone est absorbé.

On donne l'indice de réfraction de l'air $n_2 = 1$ et l'indice de réfraction de l'arséniure de gallium $n_1 = 3,5$.

D.1. On cherche à calculer le rendement optique η_o défini comme étant la proportion de lumière générée dans la diode qui sort effectivement de celle-ci.

a) Exprimer η_o en fonction du rapport de deux surfaces à définir.

Pour répondre efficacement à cette question, le candidat est invité à faire preuve d'initiative. Il peut par exemple :

- s'aider d'un schéma représentant des trajectoires de rayons lumineux pouvant sortir de la diode électroluminescente et de rayons lumineux qui sont absorbés.
- se référer au dernier complément mathématique des données préliminaires.

b) Evaluer η_o . Commenter.

D.2. Cette valeur peut être augmentée en moulant la diode électroluminescente dans un matériau plastique (résine époxy) transparent à la longueur d'onde d'émission mais d'indice $n_p = 1,5$ plus élevé que l'air. Calculer la nouvelle valeur du rendement optique η_o' . Commenter.

D.3. On améliore encore le rendement optique en donnant à l'interface semi-conducteur/résine époxy la forme d'un dôme hémisphérique conduisant à un rendement optique proche de 15 %. Comment expliquer ce résultat ?

On cherche à calculer le rendement global η_l : rapport de la puissance lumineuse émise à l'extérieur à la puissance électrique absorbée.

D.4. La lumière émise par une diode électroluminescente est monochromatique et dépend du semi-conducteur utilisé.

Pour la diode électroluminescente envisagée en arséniure de gallium, on prend comme longueur d'onde d'émission $\lambda = 770$ nm.

La lumière monochromatique peut être décrite comme un flux de photons, corpuscules élémentaires. Chaque photon possède une énergie E liée à la fréquence ν par la formule $E = h\nu$ où la constante de Planck h vaut $6,6 \cdot 10^{-34}$ J.s.

a) Quelle relation lie la longueur d'onde λ à la fréquence ν de la lumière ?

b) Montrer que le rendement global η_l peut se mettre sous la forme : $\eta_l = \eta_o \frac{h\nu}{eV}$
avec V la différence de potentiel aux bornes de la diode et η_o le rendement optique.

D.5. La caractéristique tension-courant de la diode électroluminescente est la suivante :

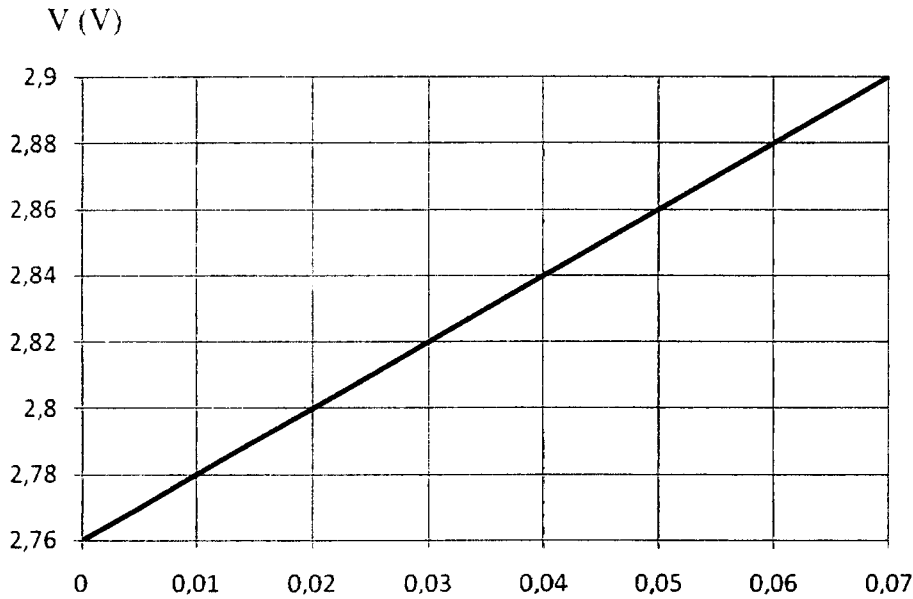
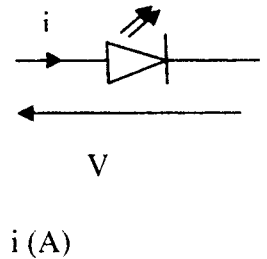


Schéma électrique équivalent de la diode électroluminescente :



La tension V en ordonnée est exprimée en volt, l'intensité i en abscisse en ampère. On lit sur le graphique : pour $i = 0 \text{ A}$ $V = 2,76 \text{ V}$. Proposer une modélisation de la diode dans la zone $i > 0$.

D.6. Pour un courant $i = 20 \text{ mA}$ et $\eta_o = 15 \%$, calculer :

- la tension V aux bornes de la diode.
- la valeur du rendement global η_l .
- la puissance électrique reçue par la diode.
- la puissance lumineuse $P_{\text{lumineuse}}$.
- commenter et comparer avec la lampe à incandescence.

Dans l'avenir, les chercheurs pensent encore améliorer le rendement des diodes électroluminescentes. Autant dire que le futur de ces diodes est très prometteur. Plusieurs pistes sont à envisager pour le développement des diodes électroluminescentes :

- la multiplication des sources pourrait compenser leur manque de luminosité.
- le développement des diodes électroluminescentes organiques de plus grande taille déjà utilisées pour la réalisation d'écrans ultraminces ayant une épaisseur de l'ordre de 2 mm .

E. Une lampe torche « éternelle » !

Les fabricants ont profité de la grande durée de vie (de l'ordre de 100 000 heures) des diodes électroluminescentes pour développer un nouveau type de lampe torche écologique.

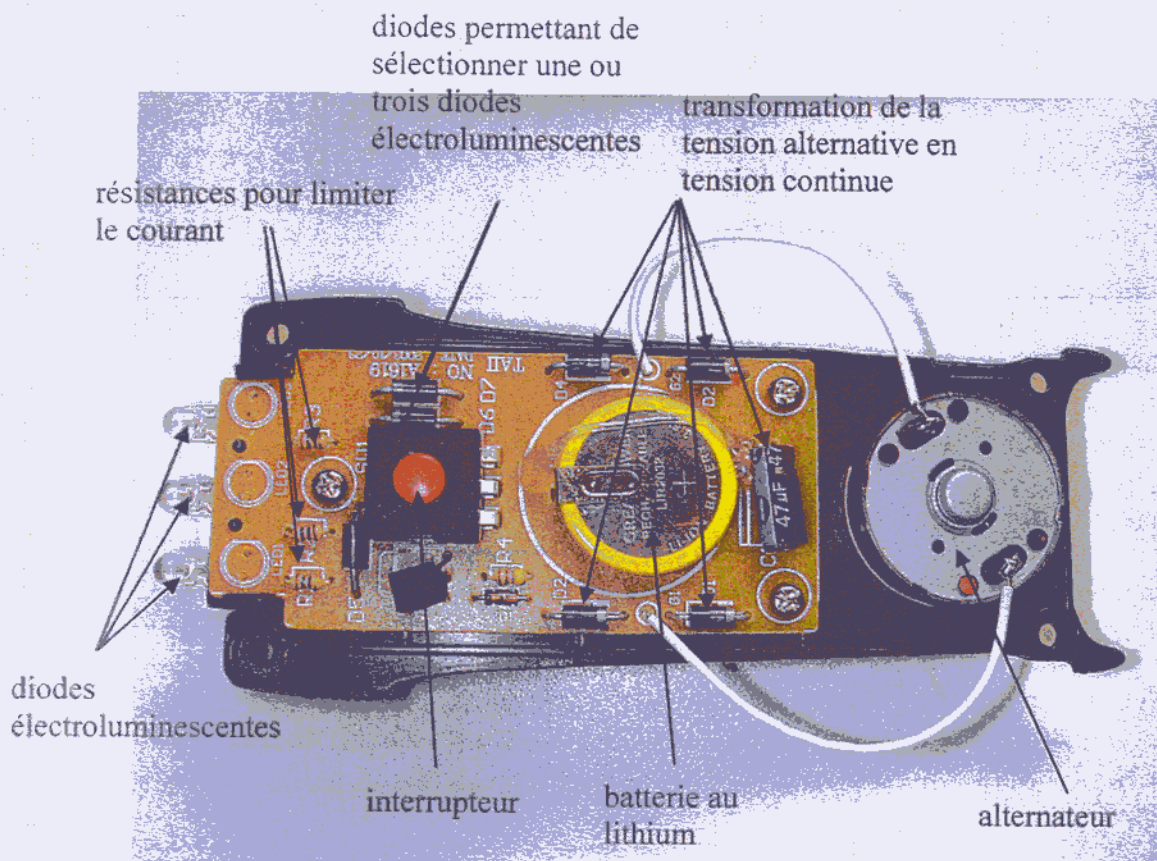
Il suffit d'actionner la manivelle de cette lampe écologique 120 fois pendant une minute pour bénéficier de trente minutes de lumière lorsqu'une diode électroluminescente est allumée et de vingt minutes lorsque les trois fonctionnent.

L'énergie mécanique est transmise à un alternateur qui transforme l'énergie mécanique en énergie électrique.

L'alternateur délivre une tension à peu près sinusoïdale.

Pour stocker cette énergie dans la batterie au lithium, il est nécessaire au préalable de transformer cette tension en une tension redressée à l'aide de diodes.

La batterie emmagasine sous forme chimique l'énergie reçue de l'alternateur et la restitue sous la forme d'un courant continu qui alimente les diodes électroluminescentes.



Carte électronique de la lampe torche

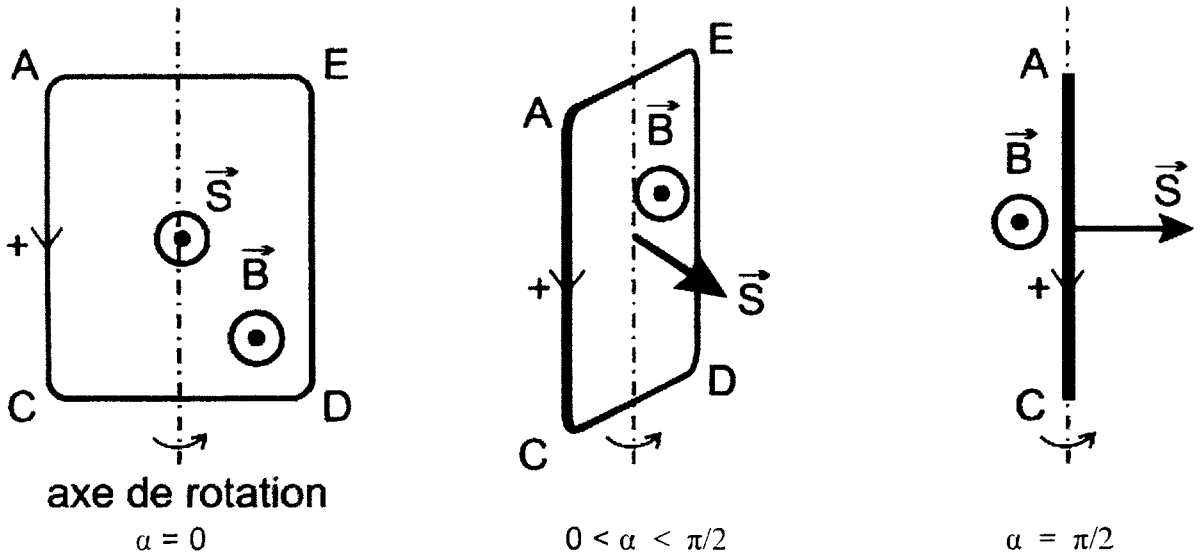
E.1 L'alternateur

Un alternateur permet d'obtenir du courant électrique, en faisant varier un flux d'induction magnétique à travers une bobine.

Une bobine plate ACDE ayant $N = 100$ spires tourne à vitesse angulaire ω constante dans un champ magnétique \vec{B} ($B = 0,3$ T) supposé uniforme et créé par exemple par un aimant en U.

Le vecteur surface de la bobine \vec{S} :

- a pour direction la perpendiculaire aux faces de la bobine.
- sa norme S est égale à l'aire de chacune des spires constituant la bobine ($S = 1 \text{ cm}^2$).



Le flux d'induction à travers la bobine vaut : $\Phi = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos(\alpha)$ avec $\alpha = \text{angle}(\vec{B}, \vec{S})$

Lorsque le flux d'induction Φ varie à travers la bobine, il se crée dans cette bobine une force électromotrice d'induction e qui vérifie la loi de Faraday : $e = -\frac{d\Phi}{dt}$

L'opérateur actionne la manivelle à une vitesse de 120 tours par minute.

Un système d'engrenage permet de multiplier par un facteur de 100 la vitesse angulaire au niveau de l'alternateur soit 12 000 tours par minute. La bobine tourne donc à 12 000 tours par minute.

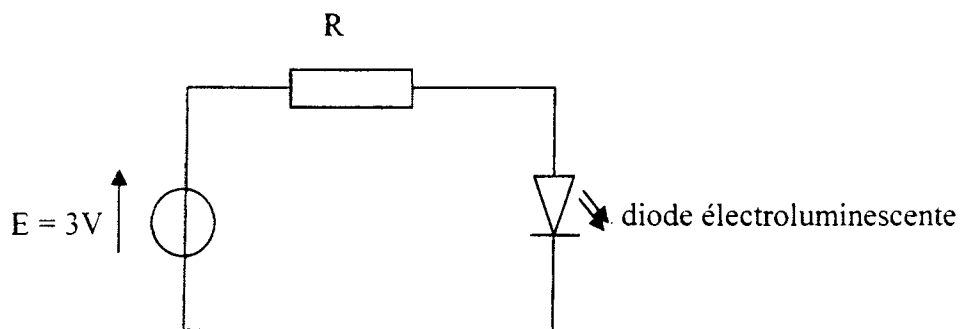
Calculer l'amplitude de la force électromotrice d'induction délivrée par l'alternateur.

E.2 Résistances de protection des diodes électroluminescentes

Pour une utilisation optimale, la tension aux bornes d'une diode électroluminescente blanche doit être de 2,8 V et le courant qui la traverse de 20 mA.

La diode électroluminescente est alimentée par la batterie au lithium de 3,6 V à travers une résistance et une diode qui provoque une chute de tension de 0,6 V.

Le montage simplifié équivalent est le suivant :



On utilisera le modèle de la diode électroluminescente étudié à la question D.5. de cette partie.

Calculer la valeur de la résistance R .

E.3 Rendement

a) Le fabricant indique une durée d'utilisation de 30 minutes.

Calculer l'énergie emmagasinée au préalable par la batterie si on suppose que la tension à ses bornes reste constante pendant la phase d'utilisation.

b) L'opérateur qui actionne la manivelle 120 fois pendant une minute fournit une puissance de 3 W.

Calculer le travail fourni par l'opérateur.

c) En déduire le rendement de l'opération « charge de la batterie ».

d) Analyser qualitativement l'origine des pertes.