

**QUAND VOITURE RIME AVEC NATURE
POUR UNE MEILLEURE GESTION DE L'ENERGIE EN VOITURE**

*Corrigé proposé par Benoît DEPRET
professeur de Physique en PC* au Lycée Jean Bart de DUNKERQUE*

PARTIE A : LES ENERGIES DE LA PROPULSION

I. Les biocarburants : exemple de l'éthanol C_2H_6O

1.1 Présentation

- 1.1.1 éthanol : CH_3-CH_2-OH ; la fonction *alcool* est portée par le groupe $-OH$.
- 1.1.2 $M_{\text{éthanol}} = 2 M_C + 6 M_H + M_O = 46 \text{ g.mol}^{-1}$
- 1.1.3 Alcool primaire : le carbone fonctionnel est ramifié une seule fois (par $-CH_3$)
Alcool secondaire : deux ramifications ex : $CH_3-CH(OH)-CH_3$ propan-2-ol
Alcool tertiaire : trois ramifications ex : $CH_3-C(OH)(CH_3)-CH_3$ butan-2-ol
- 1.1.4 L'oxydation ménagée de l'éthanol donne un *aldéhyde* : CH_3-COH l'éthanal
L'oxydation forte de l'éthanol donne un *acide carboxylique* : CH_3-COOH
c'est l'acide éthanoïque (ou acide acétique)
- 1.1.5 L'acide éthanoïque est présent dans le vinaigre

1.2 Combustion de l'éthanol

- 1.2.1 Combustion complète de l'éthanol : $CH_3-CH_2-OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$
- 1.2.2 L'oxydation conserve la chaîne carbonée ; cette dernière est cassée lors de la combustion
- 1.2.3 Une réaction incomplète produit du monoxyde de carbone CO , gaz toxique.
équation bilan : $CH_3-CH_2-OH + 2O_2 \rightarrow 2CO + 3H_2O$
on peut aussi envisager un mélange de CO_2 , CO et voire également C (fumée noire) ;
pour éviter cette situation il faut apporter le dioxygène en excès (bien ventiler)

1.3 Energie libérée par la réaction de combustion

- 1.3.1 $q_l = D_{C-C} + 5D_{C-H} + D_{C-O} + D_{O-H} = 3,21.10^3 \text{ kJ.mol}^{-1}$
- 1.3.2 $q = (2 (2 D_{C=O}) + 3 (2 D_{O-H})) - (q_l + 3D_{O=O}) = 1,24.10^3 \text{ kJ.mol}^{-1}$
L'énergie q_l permet de casser toutes les liaisons d'une mole de molécules d'éthanol ;
 q est l'énergie libérée par la formation de CO_2 et H_2O , à laquelle on retire l'énergie utilisée pour dissocier toutes les molécules d'éthanol et de dioxygène.
- 1.3.3 $q > 0$, l'énergie est libérée à l'extérieur : la combustion est exothermique

1.4 Mesure expérimentale du pouvoir calorifique de l'éthanol

- 1.4.1 L'eau ne bout à 100°C que sous la pression atmosphérique $P_0 = 1,010^5$ Pa ; dans une cocotte minute l'eau bout à 120°C ; en montagne l'eau peut bouillir à 80°C. C'est donc la pression qui détermine la température d'ébullition de l'eau.
- 1.4.2 $Q_1 = M_i c_{eau} (q_{eb} - q_0) + C (q_{eb} - q_0) = 1,1 \cdot 10^2$ kJ
- 1.4.3 Masse d'eau vaporisée : $m_{vap} = M_i - M_f = 8,0$ g ; $Q_2 = m_{vap} l_v = 18$ kJ
- 1.4.4 Bilan calorimétrique : $Q = Q_1 + Q_2 = m q / M_{éthanol}$ d'où : $q = 1,2 \cdot 10^3$ kJ.mol⁻¹
On retrouve bien l'ordre de grandeur obtenu précédemment
- 1.4.5 Une partie de l'énergie thermique libérée par la combustion n'est pas comptabilisée à cause des fuites : on sous-estime donc le pouvoir calorifique réel de l'éthanol.

1.5 Les biocarburants face aux carburants traditionnels

- 1.5.1 $q_m = q / M_{éthanol} = 27 \cdot 10^3$ kJ.kg⁻¹
- 1.5.2 L'éthanol a un pouvoir calorifique comparable à celui du charbon ; il est une fois et demi plus faible que celui de l'essence
- 1.5.3 Malgré un pouvoir calorifique plus faible que celui de l'essence et le fait qu'elle libère autant de CO₂ que l'essence, la combustion de l'éthanol ne contribue quasiment pas à l'effet de serre puisque le CO₂ rejeté a été absorbé par la plante au cours de sa croissance. La combustion fait ainsi partie du cycle naturel du carbone.

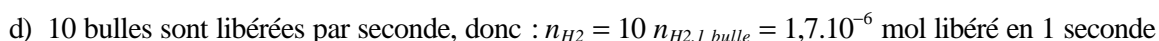
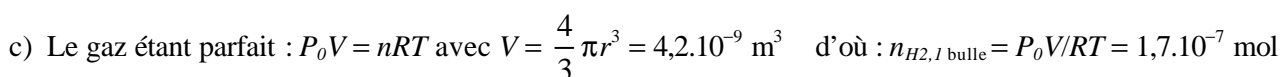
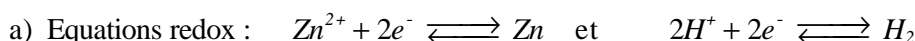
II. *La pile à combustible : pour une voiture « hydrogène »*

2.1 Principe de fonctionnement

- 2.1.1 $q = 2D_{O-H} - (D_{H-H} + 1/2 D_{O=O}) = 241$ kJ.mol⁻¹ ; $q > 0$: réaction exothermique
- 2.1.2 La réaction proposée ne produit à elle seule que de l'eau !
- 2.1.3 On additionne les deux demi-équations électroniques pour obtenir la réaction de synthèse de l'eau
- 2.1.4 Les électrons apparaissent à l'anode, traversent le conducteur ohmique et sont utilisés à la cathode ; les électrons se déplacent de l'anode vers la cathode ; le courant électrique circule alors de la cathode vers l'anode à travers le conducteur ohmique.
- 2.1.5 Le pont électrolytique ferme le circuit électrique : l'électroneutralité des solutions est assurée par le déplacement des porteurs ioniques NH₄⁺ et NO₃⁻.

2.2 Etude expérimentale d'une pile de laboratoire

2.2.1 Etage de production de H₂



pendant 10 minutes (soit 600 secondes) : $n_{H_2, tot} = 600 n_{H_2} = 1,0 \cdot 10^{-3}$ mol

e) D'après l'équation bilan, pendant la durée de l'expérience : $n_{Zn} = n_{H_2, tot} = 1,0 \cdot 10^{-3}$ mol

on en déduit : $m_{Zn} = n_{Zn} M_{Zn} = 65$ mg

f) Avec facilement quelques dizaines de grammes de zinc dans l'erlenmeyer, on ne manquera pas de zinc pour produire le H_2 nécessaire tout au long de l'expérience. Le zinc en poudre a une surface de contact plus importante que le zinc en copeaux ou en grenaille, la réaction en sera d'autant plus favorisée.

2.2.2 Apport du dioxygène O_2 : il faut apporter moitié moins de O_2 que de H_2 pour être dans les proportions stœchiométriques. Les bulles de H_2 et O_2 ayant des tailles identiques, on aura simplement un débit de O_2 deux fois plus faible que celui de H_2 : $D_{O_2} = 5$ bulles. s^{-1}

2.2.3 Intensité du courant électrique délivré par la pile

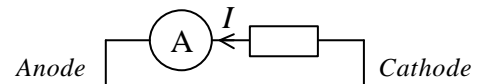
a) D'après la réaction se produisant à l'anode : $n_e = 2n_{H_2} = 3,4 \cdot 10^{-6}$ mol en 1 seconde

b) Le nombre d'électrons correspondant vaut : $N_e = n_e N_A = 2,0 \cdot 10^{18}$ électrons en 1 seconde.

La charge correspondante vaut : $\Delta q = -e N_e = -3,3 \cdot 10^{-1}$ C

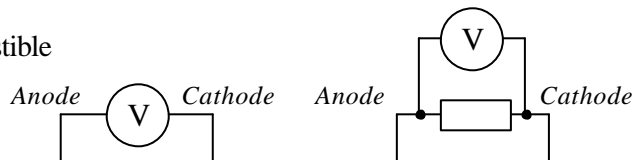
L'intensité maximale dans le circuit vaut alors $I = |\Delta q / \Delta t| = 0,33$ A

c) Cette intensité est tout à fait mesurable avec un ampèremètre usuel de laboratoire, placé en série dans le montage.



2.2.4 Bilan énergétique de la pile à combustible

a) On branche un voltmètre entre l'anode et la cathode (à vide) ou en parallèle sur le conducteur ohmique (en charge).



b) $P = UI = 0,41$ W

c) L'énergie électrique délivrée en 1 seconde vaut alors : $e = P \Delta t = 0,41$ J

d) D'après l'équation bilan : $n_{H_2O} = n_{H_2} = 1,7 \cdot 10^{-6}$ mol d'eau formée en 1,0 seconde

e) On en déduit : $w = e / n_{H_2O} = 2,4 \cdot 10^2$ kJ.mol $^{-1}$. Ce résultat correspond tout à fait à l'énergie libérée par la synthèse d'une mole d'eau. L'énergie électrique de la pile à combustible provient donc directement de l'énergie chimique libérée par la synthèse des molécules d'eau.

2.2.5 Rendement expérimental de la pile de laboratoire

a) La puissance expérimentale de la pile vaut : $P_{exp} = UI = 4,0 \cdot 10^{-6}$ W. L'énergie électrique réellement délivrée pendant une seconde vaut alors : $e_{exp} = 4,0 \cdot 10^{-6}$ J

b) L'énergie libérée par la réaction de synthèse de l'eau en 1 s vaut : $e = q n_{H_2O} = q n_{H_2} = 0,41$ J, si bien que : $h_{exp} = e_{exp} / e = 9,8 \cdot 10^{-6} \approx 1 \cdot 10^{-5}$! Ce rendement expérimental est vraiment très faible.

2.3 Des solutions technologiques adaptées pour un rendement amélioré

2.3.1 Stockage du dihydrogène

a) Pour un gaz parfait : $V = nRT/P_0$ avec $n = m/M_{H_2}$, d'où : $V = 61$ m 3 ! C'est approximativement le volume d'une pièce ou d'une (petite) salle de classe (5 m x 5 m x 2,4 m) !

b) On a cette fois : $P = nRT/V = 4,1 \cdot 10^7$ Pa = $4,1 \cdot 10^2$ bar = $4,1 \cdot 10^2 P_0$!

Le gaz parfait est un modèle idéal où le gaz est infiniment dilué ; dans l'enceinte la pression est tellement grande qu'il faudrait certainement tenir compte des interactions intermoléculaires (gaz de Van der Waals) ; le modèle du gaz parfait ne serait donc plus valable.

c) $P_{rup} = 2,35 P = 9,5.10^2 \text{ bar}$

$T_{rup} = P_{rup} V/nR = T_0 P_{rup}/P = 2,35 T_0 = 688 \text{ K}$; en cas d'incendie du véhicule la température pourrait bien atteindre la température de rupture du réservoir...

d) Le dihydrogène moléculaire est le gaz le plus léger ; lorsque la soupape de sécurité va libérer le gaz lors d'une surpression accidentelle, celui-ci va rapidement diffuser dans l'atmosphère (en extérieur !), évitant toute inflammation supplémentaire.

2.3.2 Attention aux fuites !

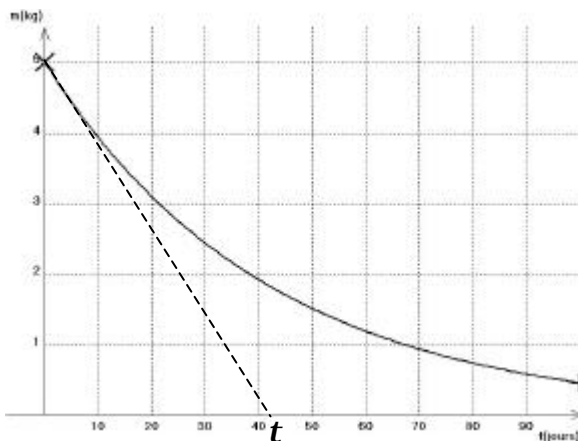
a) $a = 10^{-3} \text{ kg/kg/3600 s} = 2,8.10^{-7} \text{ s}^{-1}$

b) La quantité de dihydrogène perdue pendant dt vaut : $a m(t) dt$; d'où : $dm = -a m(t) dt$
 $dm < 0$ car la masse de dihydrogène diminue dans le réservoir

Il vient alors : $\frac{dm}{dt} + am = 0$ équation différentielle du premier ordre

c) On vérifie que la solution proposée convient, en posant : $t = a^{-1}$; $m_0 = 5 \text{ kg}$ est la quantité initiale de dihydrogène dans le réservoir.

d) Allure de la courbe $m(t)$



t est le temps caractéristique de fuite du réservoir : au bout de $3t$ à $5t$ le réservoir peut être considéré comme complètement vide.

Numériquement : $t = 3,6.10^6 \text{ s} = 42 \text{ jours}$

Au bout de $3t \approx 4$ mois le réservoir sera complètement vide à cause des simples fuites : il faut donc éviter de laisser la voiture au garage trop longtemps sans l'utiliser...

2.3.3 « Le plein de dihydrogène, s'il vous plaît ! »

a) D'après l'équation bilan : $n_{H_2O} = n_{H_2} = m/M_{H_2}$ d'où $m_{H_2O} = n_{H_2O} M_{H_2O} = m M_{H_2O}/M_{H_2} = 45 \text{ kg}$

Ce qui correspond à un volume $V_{eau} = 45 \text{ L}$.

b) D'après la question 2.1.1, l'énergie électrique à fournir dans ce cas vaut exactement l'énergie libérée lors de la synthèse d'une mole d'eau : $w_m = 241 \text{ kJ.mol}^{-1}$

Pour produire $m = 5 \text{ kg}$ de dihydrogène, il faut utiliser 45 kg d'eau et dépenser l'énergie électrique $w = n_{H_2O} w_m = m w_m/M_{H_2} = 6,0.10^5 \text{ kJ}$ (soit près de 600 MJ)

c) $1 \text{ kW.h} = 3600.10^3 \text{ J} = 3,6.10^6 \text{ J}$ si bien que : $w = 1,7.10^2 \text{ kW.h}$

Avec $0,054 \text{ €TTC/(kW.h)}$, le plein de dihydrogène revient à : $0,054 \times 1,7.10^2 = 9,2 \text{ €TTC}$. La seule production de H_2 par électrolyse de l'eau n'a donc pas un coût excessif. Il faut cependant rajouter le coût de la compression du gaz et le prix de revient des appareillages.

- d) Avec une puissance électrique de 10 kW, l'installation électrique pourra délivrer $1,7 \cdot 10^2$ kWh en 17 h, ce qui correspond environ à la durée de 2 nuits complètes (0h à 8h). On aura tout intérêt à faire des réserves de dihydrogène par avance pour ne pas être bloqué pendant tout le temps de production.
- e) Pour obtenir la puissance électrique de 10 kW avec un rendement de 20 %, il est nécessaire d'avoir une puissance lumineuse 5 fois plus grande, soit 50 kW, obtenue sur une surface $S = 50 \text{ m}^2$.
- f) La puissance électrique étant identique à la situation précédente, il faudra 17 h pour produire la quantité requise de dihydrogène, ce qui correspond cette fois à plus de 8 jours, avec 2 heures d'ensoleillement par jour (ce qui est déjà optimiste !).

Pour réduire le temps de production, il faut augmenter la puissance électrique disponible, en augmentant la surface des panneaux solaires.

- g) Avec une surface de $1,0 \text{ m}^2$, la puissance électrique disponible est de 0,20 kW (10 kW/50), ce qui porte le temps de production de 5,0 kg de H_2 à 835 h, soit pas moins de 417 jours (avec toujours un ensoleillement régulier de 2h par jours) ! Avec un tel dispositif, le réservoir ne pourrait jamais se remplir, les fuites l'emportant sur la phase de remplissage. On ne pourrait pas utiliser la voiture...

2.3.4 Autonomie du véhicule

- a) L'énergie électrique totale susceptible d'être libérée par la pile est identique à l'énergie qu'il a fallu consommer pour produire le dihydrogène, soit ici $1,7 \cdot 10^2$ kWh, c'est à dire $e_{idéal} = 6,0 \cdot 10^8 \text{ J}$.
- b) L'énergie électrique réellement libérée vaut : $e_{réel} = 50 \% e_{idéal} = 3,0 \cdot 10^8 \text{ J}$
- c) En tenant compte du rendement du moteur, l'énergie mécanique utile vaut simplement : $W_u = 65 \% e_{réel} = 2,0 \cdot 10^8 \text{ J}$
- d) L'énergie mécanique délivrée par le moteur sert à compenser les seuls frottements de l'air sur la voiture. La durée du trajet est alors obtenue en évaluant : $\Delta t = W_u / P_{diss} = 1,6 \cdot 10^4 \text{ s}$ (environ 4 h 30)
- e) La distance parcourue à la vitesse constante V pendant Δt vaut alors : $D = V \Delta t = 4,9 \cdot 10^5 \text{ m}$, soit près de 490 km. Ce résultat est tout à fait en accord avec l'autonomie moyenne d'un véhicule actuel à essence par exemple.

PARTIE B : UN MOTEUR ELECTRIQUE POUR SE METTRE AU COURANT

1. Un modèle de moteur linéaire

1.1 Le phénomène d'induction électromagnétique

- a) $S = L x$
- b) D'après la loi de Faraday : $e = -BL \frac{dx}{dt} = -BLv$
- c) D'après la loi d'additivité des tensions dans le circuit série : $i = \frac{E_0 + e}{R} = \frac{E_0 - BLv}{R}$

1.2 Mouvement de la barre

- a) Il s'agit de la force de Laplace.
- b) La barre AB est soumise à la force de Laplace F , à son poids mg et à la réaction normale des rails N .
Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la barre s'écrit :

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \mathbf{F} + m\mathbf{g} + \mathbf{N}$$

En projection sur l'axe horizontal Ox , on obtient : $m \frac{dv}{dt} = F_x = iBL$

- c) D'après l'expression de i obtenue précédemment : $i = \frac{E_0 - BLv}{R}$, la vitesse $v(t)$ de la barre est solution de l'équation différentielle :

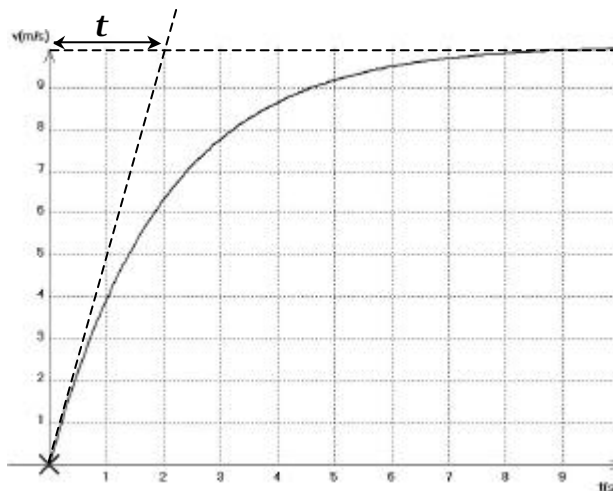
$$\frac{dv}{dt} + \frac{(BL)^2}{mR} v = \frac{BLE_0}{mR}$$

Par identification avec la forme proposée :

$$\mathbf{t} = \frac{mR}{(BL)^2} \text{ et } v_{lim} = \frac{E_0}{BL}$$

\mathbf{t} a la dimension d'un temps

- d) A $t = 0$, $v(0) = 0$; et $v(t) \rightarrow v_{lim}$ lorsque $t \rightarrow +\infty$
 e) Allure du graphe de $v(t)$:



\mathbf{t} est la durée caractéristique du régime transitoire du mouvement de la barre

1.3 Bilan énergétique

- a) Travail reçu par la barre : $dW_u = F v dt = iBLv dt$

La puissance mécanique utile vaut alors : $P_u = iBLv$

- b) La puissance délivrée par le générateur vaut, quant à elle : $P_{générateur} = E_0 i$

Or, d'après la relation obtenue en 1.1 c), $E_0 = Ri + BLv$ si bien que $P_{générateur} = Ri^2 + iBLv$, c'est à dire : $P_{générateur} = Ri^2 + P_u$.

La puissance électrique délivrée par le générateur est utilisée en partie en puissance mécanique P_u pour faire avancer la barre et dissipée pour le reste sous forme thermique par effet Joule (Ri^2).

- c) Le rendement du moteur vaut, par définition : $\mathbf{h} = \frac{P_u}{P_{générateur}} = \frac{BLv}{E_0}$

- d) En régime stationnaire, $v = v_{lim} = \frac{E_0}{BL}$, si bien que : $h = 1$!

En fait, en régime stationnaire on remarquera que $i = 0$ et par suite que $F = 0$: le générateur ne fournit alors plus aucune énergie pour faire avancer la barre, puisque en l'absence de tout frottement, celle-ci a un mouvement rectiligne uniforme.

1.4 Bilan énergétique en présence de frottement fluide

- a) En rajoutant la force de frottement, la relation fondamentale de la dynamique projetée sur Ox devient :

$$m \frac{dv}{dt} = F_x - I_v = iBL - I_v$$

D'où l'équation différentielle du mouvement : $\frac{dv}{dt} + \left(\frac{I}{m} + \frac{1}{t} \right) v = \frac{v_{lim}}{t}$

On pose alors : $\frac{1}{t'} = \left(\frac{I}{m} + \frac{1}{t} \right)$, c'est à dire $t' = \frac{mt}{m + It} < t$

- b) La nouvelle vitesse limite vaut directement : $v'_{lim} = \frac{t'}{t} v_{lim} < v_{lim}$

En régime stationnaire la barre se déplace moins vite que précédemment car les frottements dissipent cette fois une partie de l'énergie délivrée par le générateur.

- c) Le rendement a en fait la même expression que précédemment : $h' = \frac{BLv}{E_0}$.

En régime stationnaire, on obtient cette fois : $h' = \frac{BLv'_{lim}}{E_0} = \frac{t'}{t} < 1$

- d) En régime stationnaire, l'intensité dans le circuit n'est plus nulle et vaut : $i = \frac{E_0}{R} \left(1 - \frac{t'}{t} \right)$.

La force de Laplace qui s'exerce sur la barre en régime stationnaire sert uniquement à compenser les forces de frottements qui s'opposent à son déplacement.

L'énergie délivrée par le générateur en régime stationnaire sera dissipée entièrement sous forme thermique : par effet Joule dans la résistance et par frottements avec l'air sur la barre.

2. Le freinage par induction : une source d'énergie !

2.1 Le circuit est ouvert

- a) Le circuit étant ouvert, il ne circule aucun courant électrique : $i = 0$
 b) La force de Laplace est nulle également
 c) La résultante des forces s'exerçant sur la barre étant nulle, la barre a un mouvement rectiligne uniforme : le freinage de la barre ne sera pas possible en l'absence de frottement.

2.2 Le circuit est fermé : réversibilité du moteur électrique

- a) On utilise la loi de Faraday, sachant que la surface du circuit vaut toujours $S = Lx$; il vient, comme précédemment : $e = -BL \frac{dx}{dt} = -BLv$
- b) D'après la loi d'additivité des tensions : $i = \frac{e}{R} = -\frac{BLv}{R} < 0$
- c) La force de Laplace vaut alors : $F = iBL e_x = -\frac{(BL)^2}{R} v e_x$
- Cette force est opposée au mouvement de la barre et exerce un freinage par induction
- d) Dans un moteur, le courant électrique crée une force qui provoque le déplacement. Dans le freinage par induction, c'est le déplacement lui-même qui crée un courant électrique : le montage est alors un générateur, suivant le principe de réversibilité du moteur.

2.3 Bilan énergétique du freinage de la barre

a) $dW = F v dt$ d'où $P_m = F v = -\frac{(BLv)^2}{R}$

On remarque que $i = -BLv/R$ d'où $BLv = -Ri$ et par suite : $P_m = -Ri^2$: l'énergie mécanique de la barre est en fait entièrement dissipée sous forme thermique par effet Joule dans la résistance.

- b) En pratique on place dans le circuit une batterie d'accumulateurs qui se chargent avec l'énergie électrique générée pendant les phases de freinage. Ce principe est utilisé dans tous les véhicules hybrides afin de récupérer avantageusement l'énergie mécanique perdue lors du freinage.

c) Etat initial : $E_{ci} = \frac{1}{2} mv_0^2$ $E_{pi} = 0$

Etat final : $E_{cf} = 0$ $E_{pf} = 0$

Par suite $\Delta E_m = -\frac{1}{2} mv_0^2$; l'énergie maximale récupérable dans ce cas vaut alors : $E_{recup} = \frac{1}{2} mv_0^2$

2.4 Application : freinage moteur en descente

- a) D'après la définition de la pente de 10 % : $\sin \alpha = 0,1$ ce qui donne directement : $\alpha = 0,1$ rad
- b) La voiture se déplace à vitesse constante, donc : $dE_c = 0$!
- c) On a cette fois : $\sin \alpha = \frac{-dh}{v_0 dt}$ (car $dh < 0$, c'est une descente), d'où : $dh = -\alpha v_0 dt$

La variation d'énergie potentielle de pesanteur de la voiture devient : $dE_p = mg dh = -\alpha m g v_0 dt$

- d) On a cette fois : $dE_m = dE_c + dE_p = -\alpha m g v_0 dt$ et par suite : $P_m = -\alpha m g v_0 < 0$. La puissance mécanique reçue est négative car celle-ci est convertie en puissance électrique.
- e) La puissance mécanique est entièrement convertie en puissance électrique, selon le bilan :

$$P_m + P_{elec} = 0, \text{ d'où } P_{elec} = -P_m = \alpha m g v_0$$

Numériquement : $P_{elec} = 30$ kW ! Même si une partie seulement de cette puissance est effectivement stockée dans des batteries, cela fait du freinage par induction une source d'énergie particulièrement intéressante pour économiser le carburant pendant les phases d'accélération.

3. Mesure expérimentale du rendement d'un moteur électrique

3.1 Expression du rendement du moteur

a) $P_1 = U_1 I_1$ d'où : $h = \frac{P_m}{P_1} = \frac{P_m}{U_1 I_1}$

b) $P_2 = U_2 I_2$ d'où : $h' = \frac{P_2}{P_m} = \frac{U_2 I_2}{P_m}$

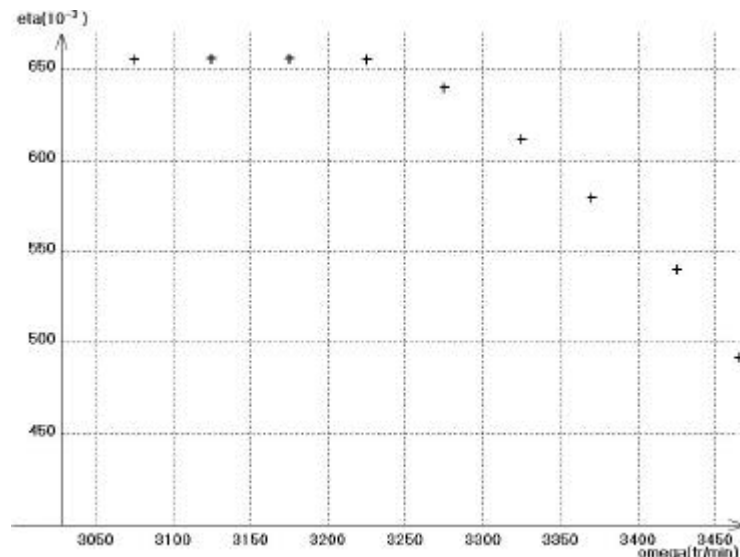
c) On suppose que : $h = h'$ ainsi : $h h' = h^2 = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1}$, ce qui donne : $h = \sqrt{\frac{U_2 I_2}{U_1 I_1}}$

3.2 Mesure expérimentale du rendement

a) On a simplement : $U_2 = R_u I_2$, c'est la loi d'Ohm.

b) Tableau de mesures et graphe de $h = f(W)$:

W (tr.min ⁻¹)	h (%)
$3,47 \cdot 10^3$	49,2
$3,42 \cdot 10^3$	54,0
$3,37 \cdot 10^3$	58,0
$3,33 \cdot 10^3$	61,2
$3,28 \cdot 10^3$	64,0
$3,23 \cdot 10^3$	65,5
$3,18 \cdot 10^3$	65,6
$3,13 \cdot 10^3$	65,6
$3,08 \cdot 10^3$	65,6



c) Le rendement maximal vaut $h_{max} = 65,6 \%$, obtenu en particulier pour $W_{max} = 3,13 \cdot 10^3$ tr.min⁻¹

d) On a toujours : $h = \frac{P_m}{P_1} = \frac{P_m}{U_1 I_1}$ avec $U_1 = 24$ V et $I_1 = 4,77$ A au rendement optimal; ainsi

$$P_m = h U_1 I_1 = 75,1 \text{ W}$$

e) Les spécifications du constructeurs correspondent aux mesures faites au rendement optimal : $U_1 = 24$ V, $I_1 = 4,8$ A, $W = 3,13 \cdot 10^3$ tr.min⁻¹ et $P_m = 75$ W

L'intérêt de se placer au régime de fonctionnement nominal est donc d'avoir le meilleur rendement du moteur, c'est à dire la meilleure conversion d'énergie électrique en énergie mécanique.

3.3 Origine des pertes dans le moteur

a) La puissance délivrée par l'alimentation électrique vaut : $P_1 = U_1 I_1 = 115$ W et la puissance mécanique utile vaut : $P_m = 75$ W ; la puissance dissipée dans le moteur vaut alors : $P_{diss} = P_1 - P_m$, c'est à dire : $P_{diss} = 40$ W.

b) On peut évaluer la puissance perdue par effet Joule dans le circuit électrique du moteur : $P_{Joule} = R I_1^2$, c'est à dire : $P_{Joule} = 19$ W.

Les pertes par effet Joule (pertes «cuivre») contribuent pour moitié des pertes totales dans le moteur ; les autres pertes sont dues aux frottements mécaniques exercés sur l'arbre de rotation et aux frottements avec l'air ; notons qu'il existe également des courants induits dans la structure métallique du moteur qui dissipent également de l'énergie sous forme thermique (pertes par courants de Foucault ou pertes «fer»).

PARTIE C : UNE VOITURE EN FORME...

1. Modélisation d'un écoulement autour d'une sphère

1.1 Chute de la bille dans la glycérine (expérience 1)

- a) Partant de sa vitesse initiale nulle, la bille tombe et accélère dans le fluide. Au bout de 500 ms environ, la bille atteint sa vitesse limite et se déplace à vitesse constante.

On lit graphiquement : $v_{lim} = 125 \text{ mm.s}^{-1}$ et $\Delta v_{lim} = 10 \text{ mm.s}^{-1}$, soit : $v_{lim} = (125 \pm 10) \text{ mm.s}^{-1}$

- b) La bille est soumise :

- à son poids : $m \mathbf{g} = \mathbf{r}_{acier} V g \mathbf{e}_z$ où $V = \frac{4}{3} \pi r^3$
- à la résultante des forces de pression, appelée poussée d'Archimède : $\mathbf{P} = -\mathbf{r} V g \mathbf{e}_z$
- à la force de frottement fluide : $\mathbf{F} = -6\pi \mathbf{h} r \mathbf{v}$

La relation fondamentale de la dynamique appliquée à la bille s'écrit, en projection sur Oz :

$$m \frac{dv}{dt} = m g - \mathbf{r} V g - 6\pi \mathbf{h} r v$$

on en déduit l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $v(t)$:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{9}{2} \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{r}_{acier} r^2} v = g \left(\frac{\mathbf{r}_{acier} - \mathbf{r}}{\mathbf{r}_{acier}} \right)$$

- c) On en déduit la vitesse limite : $v_{lim} = \frac{2}{9} \frac{g r^2}{\mathbf{h}} (\mathbf{r}_{acier} - \mathbf{r})$

- d) Numériquement, avec $r = d/2$: $v_{lim} = 146 \text{ mm.s}^{-1}$

Le modèle théorique donne le bon ordre de grandeur de la vitesse limite obtenue expérimentalement (avec un écart de l'ordre de 15 %).

1.2 Chute de la bille dans l'eau (expérience 2)

- a) La bille accélère dans l'eau et atteint sa vitesse limite après pratiquement 300 ms. On mesure graphiquement la vitesse limite : $v_{lim} = (1,33 \pm 0,02) \text{ m.s}^{-1}$

- b) Avec la relation obtenue avec le modèle précédent, on obtient : $v_{lim} = 225 \text{ m.s}^{-1}$!

Le modèle basé sur la formule de Stokes ne correspond pas du tout avec les observations expérimentales.

- c) Les deux seules différences sont : une viscosité de l'eau environ 1500 fois plus faible que pour la glycérine et une vitesse limite de la bille 10 fois plus grande dans l'eau que dans la glycérine.

Les masses volumiques interviennent peu car similaires dans les deux cas.

1.3 Écoulement laminaire et écoulement turbulent

- a) Expérience 1 : $v_{lim} = 125 \text{ mm.s}^{-1}$ et $Re = 0,82 < 1$ Écoulement laminaire
 Expérience 2 : $v_{lim} = 1,33 \text{ m.s}^{-1}$ et $Re = 1,0.10^4$ Écoulement turbulent
- b) Pendant toute la chute de la bille dans la glycérine, l'écoulement reste laminaire. La formule de Stokes est donc (tout juste) valable dans le modèle de l'expérience 1 qui rend ainsi bien compte des mesures expérimentales faites.
- c) Dans l'expérience 2, lorsque la bille a atteint sa vitesse limite, l'écoulement autour de l'obstacle est turbulent. La force de frottement qui s'exerce sur la bille s'écrit donc : $\vec{F} = -\frac{1}{2} \mathbf{r} C_x S v^2 \vec{u}$

A la vitesse limite, on a : $\frac{dv}{dt} = 0$, si bien que : $0 = m g - \mathbf{r} V g - \frac{1}{2} \mathbf{r} C_x S v_{lim}^2$ avec $m = \mathbf{r}_{acier} V$

La vitesse limite s'écrit donc directement : $v_{lim} = \sqrt{\frac{8}{3} \frac{g r}{C_x} \frac{(\mathbf{r}_{acier} - \mathbf{r})}{\mathbf{r}}}$

Numériquement : $v_{lim} = 1,3 \text{ m.s}^{-1}$; cette valeur correspond tout à fait à la mesure expérimentale !

Le modèle proposé de la force de frottement est bien adapté à notre écoulement turbulent.

2. Mesure du coefficient de traînée C_x de différents obstacles

2.1 Régime d'écoulement de l'air autour de l'obstacle

- a) $P_0 V = n R T_0$ avec $n = \frac{m}{M} = \frac{\mathbf{r} V}{M}$; on en déduit : $\mathbf{r} = \frac{M P_0}{R T_0}$.

Numériquement : $\mathbf{r} = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$

- b) On a simplement : $S = \pi r^2$ avec $r = d/2$; il vient donc : $d = \sqrt{\frac{4S}{\mathbf{p}}} = 3,9 \text{ cm}$

- c) Avec la définition du nombre de Reynolds : $Re = \frac{\mathbf{r} v d}{\mathbf{h}} = 1,9.10^4$

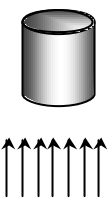
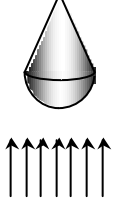
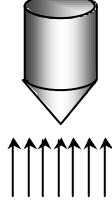
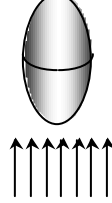
L'écoulement est turbulent.

La force de traînée s'exerçant sur les obstacle s'écrit donc : $\vec{F} = -\frac{1}{2} \mathbf{r} C_x S v^2 \vec{u}$

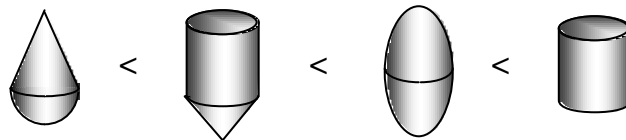
2.2 Classement des obstacles suivant leur coefficient de traînée

- a) A l'équilibre, on a : $F = \mathbf{b} \mathbf{q} = \frac{1}{2} \mathbf{r} C_x S v^2$, ce qui devient : $C_x = \frac{2\mathbf{b} \mathbf{q}}{\mathbf{r} S v^2} = 2,9.10^{-2} \mathbf{q}$ (avec \mathbf{q} en °)

- b) Coefficient de traînée des différents obstacles :

Obstacle	Profil 1	Profil 2	Profil 3	Profil 4
Forme				
q (°)	38°	17°	19°	20°
C_x	1,10	0,49	0,55	0,58

c) Obstacles par ordre de C_x croissants :



Ce classement correspond bien à des obstacles avec des formes de moins en moins aérodynamiques.

d) Le profil 2 a une forme de goutte que l'on retrouve dans le casque des cyclistes ou des skieurs.

3. Sur la consommation en carburant d'une voiture

3.1 Puissance dissipée par les frottements

a) On prend $d = \sqrt{S} = 1,3$ m, ce qui donne : $Re = 2,6 \cdot 10^6$

A de tels nombres de Reynolds, l'écoulement reste turbulent, mais la couche limite (partie de l'écoulement en contact avec l'obstacle) passe d'un écoulement laminaire à un écoulement lui aussi turbulent.

b) La force de frottement a donc pour expression : $F = \frac{1}{2} \rho C_x S v^2$, d'où la puissance dissipée par

$$\text{frottements : } P_{diss} = \frac{1}{2} \rho C_x S v^3$$

c) Pour $v = 110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$: $P_{diss} = 12 \text{ kW}$

3.2 Rendement thermodynamique du moteur de la voiture

a) $\Delta t = \frac{L_0}{v}$, d'où : $E_{diss} = P_{diss} \Delta t = \frac{1}{2} \rho C_x S L_0 v^2$

b) $Q = r_{ess} V_{ess} q_m$

c) $W_u = r_{moteur} Q = r_{moteur} r_{ess} V_{ess} q_m$

d) L'énergie mécanique utile est égale à l'énergie dissipée par frottements : $W_u = E_{diss}$, c'est à dire :

$$\frac{1}{2} r C_x S L_0 v^2 = r_{moteur} r_{ess} V_{ess} q_m, \text{ ce qui donne : } r_{moteur} = \frac{r C_x S L_0 v^2}{2 r_{ess} V_{ess} q_m}$$

e) D'après le constructeur : $V_{ess} = 6,0 \text{ L}$, $L_0 = 100 \text{ km}$ et $v = 90 \text{ km.h}^{-1}$, d'où : $r_{moteur} = 14 \%$

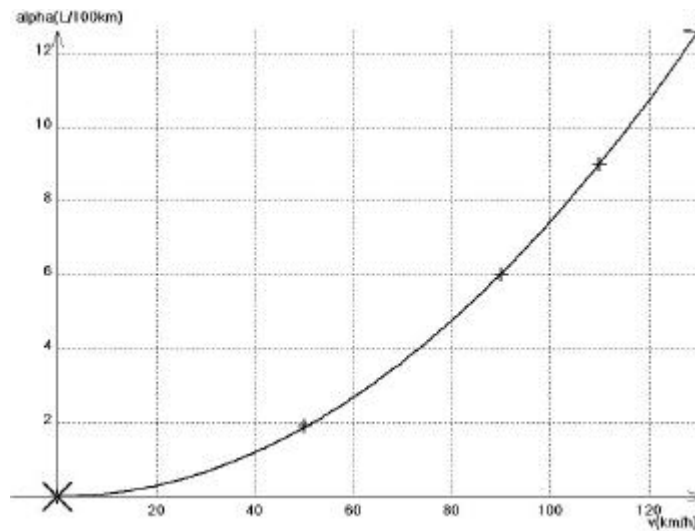
3.3 Influence de la vitesse sur la consommation en carburant

a) D'après la question précédente : $a = \frac{r C_x S v^2}{2 r_{moteur} r_{ess} q_m}$

b) La consommation augmente fortement avec la vitesse :

$v \text{ (km.h}^{-1}\text{)}$	50	90	110	130
$a \text{ (L/100 km)}$	1,9	6,0	9,0	12,6

Allure du graphe $a = f(v)$:



La consommation évolue comme le carré de la vitesse. En particulier on consomme près de 30 % de carburant en moins en roulant à 110 km.h^{-1} par rapport à la vitesse limite sur autoroute 130 km.h^{-1} .

3.4 Quantité de CO_2 rejeté dans l'atmosphère

- 1,0 L d'essence contient 0,734 kg d'essence, ce qui va libérer $3,1 \times 0,734 = 2,3 \text{ kg}$ de CO_2 .
- A la vitesse de 90 km.h^{-1} , on consomme 6L d'essence pour 100 km, ce qui libère : 13,8 kg de CO_2 pour 100 km, c'est à dire : 138 g de CO_2 par kilomètre parcouru.
A 130 km.h^{-1} , on passe à 12,6 L aux 100 km, ce qui libère 290 g de CO_2 par kilomètre parcouru
- La quantité de CO_2 libérée par notre voiture est conforme à ce que l'on trouve dans la littérature. Pour diminuer les émissions polluantes de CO_2 il suffit de réduire sa vitesse, ce qui se fait dans les grandes villes lors de pics de pollution.

3.5 Une voiture en forme de poisson !

- a) On utilise la relation $a = \frac{rC_x S v^2}{2r_{moteur} r_{ess} q_m}$ où C_x a été divisé par 2 par rapport à la situation précédente.

La consommation en carburant est donc elle aussi divisée par 2 et atteint 3,0 L/100 km !

- b) Ce résultat est tout à fait en accord avec les mesures faites sur le prototype, sachant que la motorisation de la *bionics* offre un meilleur rendement.
- c) La quantité de CO₂ libéré est elle aussi divisée par 2 par rapport à la situation précédente et atteint 69 g de CO₂ par kilomètre parcouru, ce qui est bien en deçà de la voiture la plus propre actuelle.
- d) En améliorant l'aérodynamisme de la voiture, on influe directement sur la consommation en carburant et la quantité de CO₂ rejeté dans l'atmosphère.

A quand la voiture *bionics* hybride ou directement propulsée par une pile à combustible ?