VITESSE MOYENNE – VITESSE INSTANTANEE
COMMENT MESURER UNE VITESSE INSTANTANEE ?

A lire et à savoir avant la séance de TP.

I Quelques rappels

1) Relativité du mouvement : nécessité de choisir un référentiel

Le mouvement d'un objet est relatif : il dépend de ce par rapport à quoi on l'étudie.
Il convient donc, lors de l'étude cinématique ou dynamique d'un système de bien définir le référentiel

Un référentiel est défini par : $\begin{cases} \textit{un objet de référence} \\ \textit{un repère } (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}) \end{cases}$

Référentiels utilisés en mécanique : terrestre, géocentrique et héliocentrique : ***Lien1*** ***Lien2***

Remarque : tous les points d'un mobile n'ayant pas le même mouvement, quand on étudie le mouvement d'un objet, on s'intéresse , en général, au mouvement d'un point à la fois**.**

2) Repérage d'un point dans le temps

Il est nécessaire de disposer d'une « horloge » : dispositif dont l'évolution temporelle est périodique.
(rotation de la Terre sur elle-même, pendule, oscillateur électrique, oscillateur atomique, etc.)
L'unité de temps (la seconde) est définie comme un multiple ou sous-multiple de la période du phénomène de référence. ***Lien3***

3) Repérage d'un point dans l'espace

Dans l'espace à trois dimensions, un point est repéré par ses coordonnées (généralement mais pas toujours car il existe d'autres modes de repérage) cartésiennes.

Le point se déplaçant ses coordonnées évoluent dans le temps => ***équations horaires*** : $\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{cases}$

La ***trajectoire*** : ensemble des positions successives d'un point

Rem : Du point de vue mathématique : trajectoire => courbe => équation F(x,y,z) = 0 : il faut éliminer t dans les équations horaires

II Vitesse moyenne –Vitesse instantanée

1) Vitesse moyenne

Soit une voiture qui parcourt la distance d = 450 km de Paris à Lyon en $\Delta t = 5{,}0$ *h*

Sa vitesse moyenne vaut $v_{moy} = \dfrac{d}{\Delta t} = 90\ km.h^{-1} = 25\ m.s^{-1}$

Mais le véhicule a-t-il toujours roulé à cette vitesse ? Evidemment non ! La vitesse mesurée à chaque instant (vitesse instantanée) et indiquée au tableau de bord évolue pendant le trajet.

2) Vitesse instantanée

Pour un point mobile, la vitesse instantanée est la vitesse à un instant donné.
Elle est donc associée à une position donnée du point mobile sur sa trajectoire.

Rem : cette vitesse est donc différente de la vitesse moyenne sauf dans cas du mouvement uniforme.
Cette vitesse ne calcule donc pas en appliquant la formule $v = \dfrac{d}{\Delta t}$

III Les méthodes expérimentales pour étudier la vitesse

1) Méthode avec capteurs informatiques

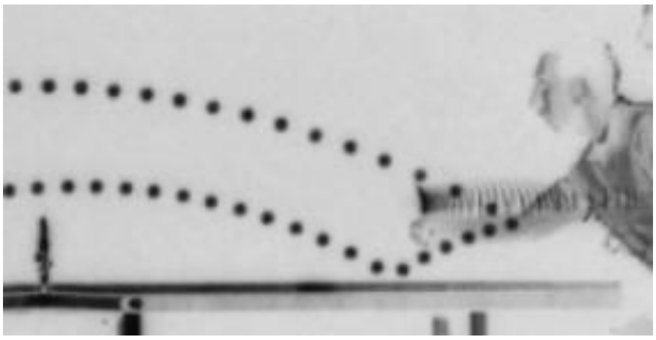
Il existe des capteurs de vitesse qui permettent de mesurer directement la vitesse.
Mais le plus souvent , ce sont simultanément des capteurs de position et de durée : la vitesse est alors calculée à partir de ces deux mesures.
Ces capteurs sont adaptés pour étudiés des mouvements rectilignes ou suivant une direction particulière.

2) Méthodes chronophotographiques

Une méthode chronophotographique est une méthode permettant d'avoir la position d'un mobile à intervalle de temps régulier τ donné.

Par exemple : une séquence vidéo prise à raison de n = 20 images/s correspond à des photographies espacées d'un intervalle de temps de $\tau = 1/20 = 5{,}0.10^{-2}$ s = 50 ms **Lien4**

référence1



référence2

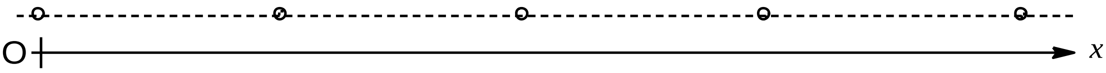
III Comment mesurer la vitesse instantanée en un point lors d'un mouvement étudié par une méthode chronophotographique (séquence vidéo ou autre) ?

Tout dépend de l'information obtenue !
A-t-on la trajectoire obtenue par chronophotographie ou les équations horaires ? Ci-dessous quelques exemples :

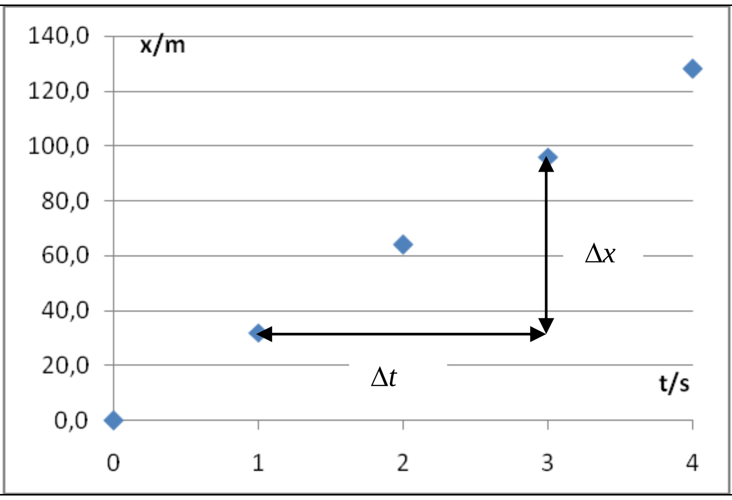
1) Mouvement rectiligne

Considérons une voiture se déplaçant à vitesse constante sur une route rectiligne (mouvement rectiligne uniforme) puis freinant jusqu'à s'arrêter. Etudions les deux phases du mouvement (τ = 1 s) :

a) Uniforme



t /s	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***	les distances parcourues en des durées égales sont égales
x /m	***0,0***	***32,0***	***64,0***	***96,0***	***128,0***	***(après mesure sur le document et conversion d'échelle)***

graphe x= f(t)	***vitesse***
	***vitesse moyenne = vitesse instantanée (∀M,∀t)***

$$v_{moy} = \frac{d(M_iM_j)}{\Delta t_{ij}}$$

Cette vitesse représente la pente du graphe x = f(t)

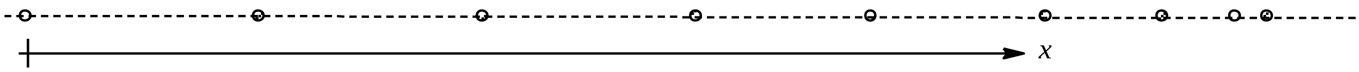
$$v_{moy} = v_i = p = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (= 32\ m.s^{-1})$$

et dans ce cas simple, l'équation horaire est :

$$x = v\ .\ t\ + x_0$$

(x_0 = 0 dans le cas ci-contre par choix de l'origine)

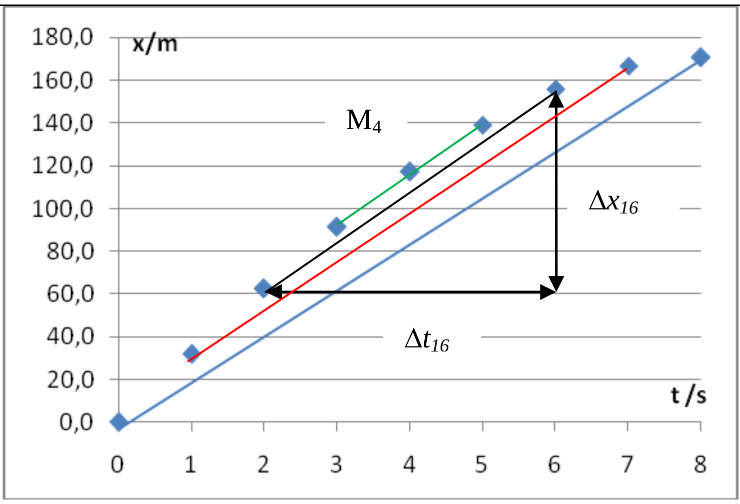
a) Quelconque



pt	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8
t/s	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x/m	0,0	31,8	62,7	91,5	117,3	139,2	156,0	166,8	170,7

Cette fois, les distances parcourues en des durées égales ne sont plus égales

graphe x= f(t)



Graphiquement :
chaque calcul de vitesse correspond au calcul de la pente de la corde ; plus les points servant à calculer la vitesse se rapprochent de M_4, plus <u>la corde tend vers la tangente au graphe au point M_4</u>

vitesse

vitesse moyenne et vitesse instantanée sont différentes

vitesse moyenne entre M_0 et M_8

$$v_{moy} = \frac{d(M_0M_8)}{8\tau} \ (=21,3 \text{ m.s}^{-1})$$

Calculons la vitesse instantanée en M_4 en calculant la vitesse moyenne entre deux points entourant M_4 :

$$v_a = \frac{d(M_0M_8)}{8\tau} \ (=21,3 \text{ m.s}^{-1})$$

$$v_b = \frac{d(M_1M_7)}{6\tau} \ (=22,5 \text{ m.s}^{-1})$$

$$v_c = \frac{d(M_2M_6)}{4\tau} \ (=23,3 \text{ m.s}^{-1})$$

$$v_d = \frac{d(M_3M_5)}{2\tau} \ (=23,9 \text{ m.s}^{-1})$$

On voit que cette vitesse tend vers une valeur limite au fur et à mesure que les points se rapprochent de M_4

A RETENIR

Comme mode de calcul de la vitesse instantanée au point M_i : $\quad v(M_i) = \dfrac{d(M_{i-1}M_{i+1})}{2\tau}$

On mesure la distance entre le point « AVANT » et le point « APRES » le point considéré et on divise par 2τ

*Remarque : le calcul de la vitesse instantanée en M_i à partir du calcul de la vitesse moyenne entre deux points M_l et M_k de part et d'autre de M_i est d'autant plus légitime que la vitesse ne varie pas entre ces deux points ; il faut donc que les deux points soient les plus rapprochés possible de M_i donc que Δt_{lk} soit « petit »**

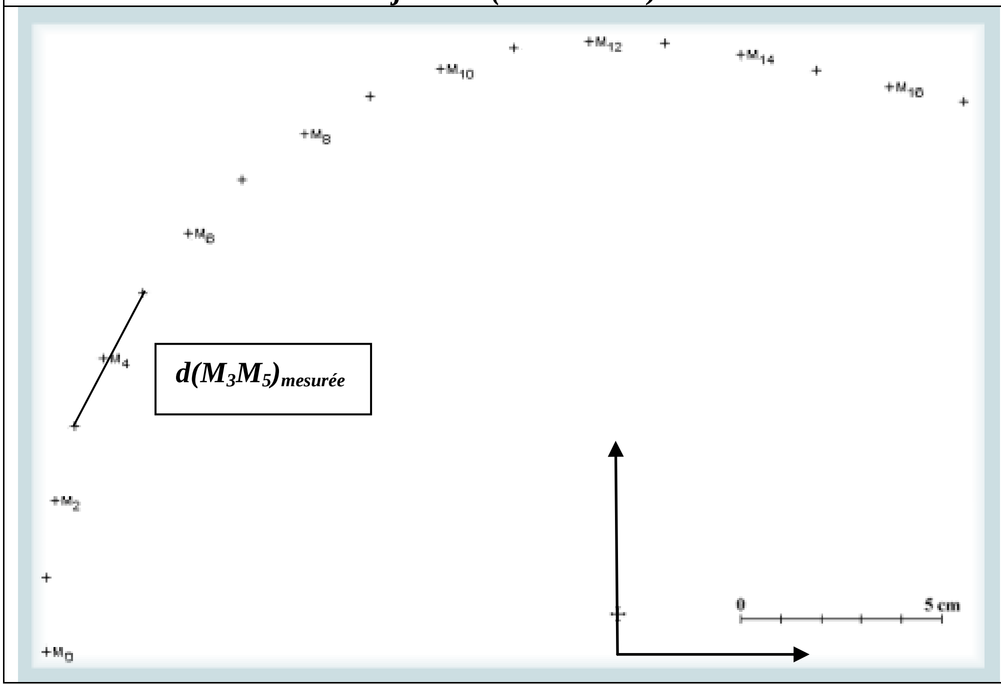
Mathématiquement ceci correspond à $v = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ *(notion de dérivée) (à voir dans le cours de Maths)*

** « petit » : il faudrait rigoureusement dire «Δt suffisamment petit pour que l'on puisse considérer que la vitesse ne varie pas ». Donc « petit » **<u>dépend de la nature du phénomène étudié</u>**.*
Pour le cas présent d'une voiture ralentissant, Δt peut être de l'ordre de la seconde, pour la chute libre , il faudra considérer Δt inférieur à 10^{-1} s et pour étudier, par exemple, le mouvement de la Terre autour du Soleil, Δt pourra être de l'ordre plusieurs jours.

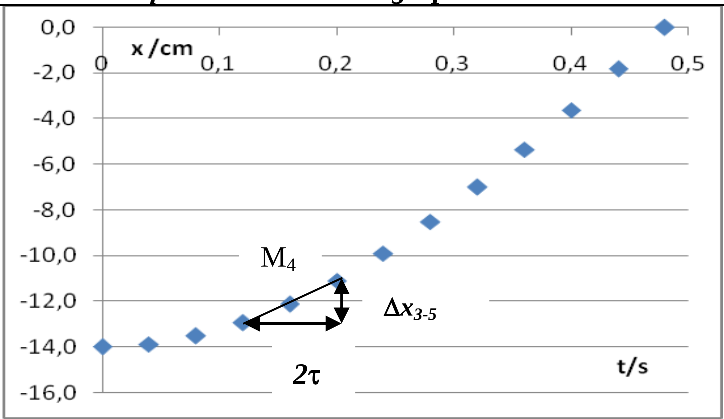
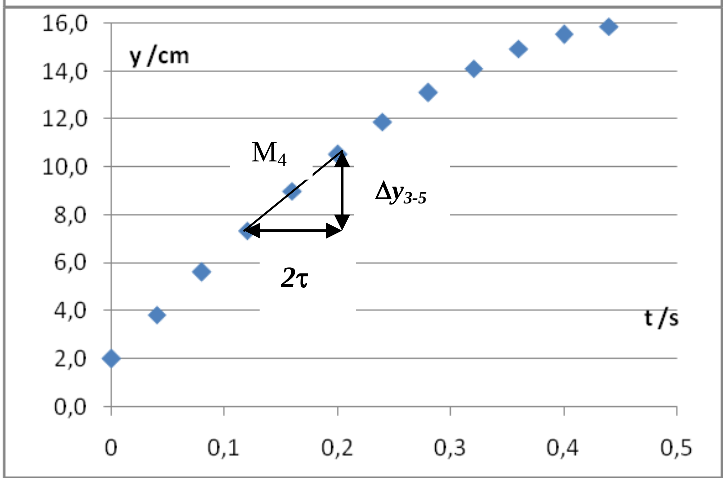
2) Mouvement quelconque *(on suppose ici un mouvement plan)*

a) On dispose de la trajectoire obtenue par chronophotographie

Attention d'avoir un repère de distance sur le document pour pouvoir faire la conversion d'échelle

trajectoire (ici t = 40 ms)	***vitesse***
	***Calculons la vitesse instantanée en M_4 en calculant la vitesse moyenne entre les points M_5 et M_6 :*** $v_{(M4)} = \dfrac{d(M_3M_5)_{réelle}}{2\tau}$ ***avec*** $d(M_3M_5)_{réelle} = d(M_3M_5)_{mesurée} \times$ ***(facteur d'échelle)***

b) On dispose des équations horaires :

équations horaires et graphes associés	***vitesse***
 	***On calcule respectivement v_x puis v_y puis on calcule v par la relation $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$*** ***Par exemple pour calculer la vitesse en M4*** $v_x(M_4) = \dfrac{\Delta x_{3\text{-}5}}{2\tau}$ ***puis*** $v_y(M_4) = \dfrac{\Delta y_{3\text{-}5}}{2\tau}$ ***et enfin*** $v(M_4) = \sqrt{v_x^2(M_4) + v_y^2(M_4)}$ ***(en n'oubliant pas de mettre les différentes grandeurs dans les unités normalisées :*** ***d ⇔ m t ⇔ s et v ⇔ m.s^{-1}***

Voir : http://www.ostralo.net/3_animations/swf/vitesse.swf et Faire Exercice 4 (minimum) puis 5 et 6 Feuilles d'exercices P6