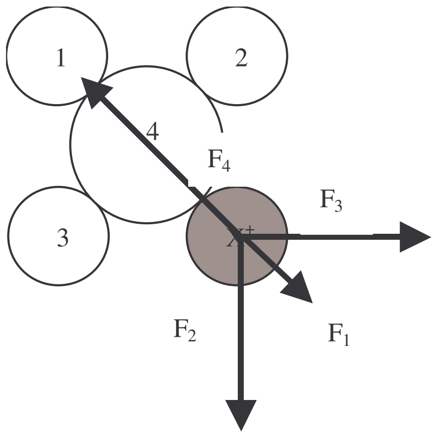
Fiche Méthode sur les calculs vectoriels

Soit une relation sur des grandeurs vectorielles (forces, vitesses, etc.).
Généralement dans les exercices, on cherche à trouver des relations entre les normes des vecteurs : il faut donc passer de la relation vectorielle à la relation sur les normes.

Remarque préalable sur les écritures : soit une grandeur vectorielle $\vec{G}$, on écrira :

$\vec{G}$	pour la grandeur vectorielle
G_x, G_y, G_z	pour les projections du vecteur sur les axes (grandeurs qui peuvent être positives ou négatives)
G	pour la norme (ou module) du vecteur (grandeur toujours positive)

Rem ; on évitera pour la norme l'écriture du mathématicien : $||\vec{G}||$



Soit par exemple la situation ci-contre : (*exo de contrôle °1*)

On cherche à déterminer $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4}$

1) il faut vérifier que les grandeurs dans la relation sont toutes de même nature : pas de relation, par exemple, dans laquelle on additionne des vecteurs vitesse et des vecteurs force

Pour trouver la norme de F, plusieurs méthodes sont possibles suivant ce qui est demandé dans l'exercice :

2) **méthode graphique :** on suppose que les différents vecteurs ont été représentés avec une certaine échelle : il suffit d'additionner vectoriellement $\vec{F_2} + \vec{F_3}$ (règle du parallélogramme) : la suite est alors évidente puisqu' alors les vecteurs à considérer sont colinéaires

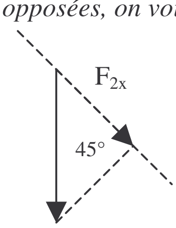
3) **méthode particulière :** cette méthode tient compte des informations particulières sur les différents vecteurs à considérer : par exemple, lorsque des vecteurs sont colinéaires ou des vecteurs sont perpendiculaires.
Si des vecteurs sont colinéaires, les « additions » sur les normes des vecteurs sont évidentes : il suffit juste de tenir compte du sens des différents vecteurs.

Si des vecteurs sont perpendiculaires, il suffit d'appliquer Pythagore : ainsi dans l'exemple ci-dessus pour $\vec{F_{2\text{-}3}} = \vec{F_2} + \vec{F_3}$, il est évident que $F_{2\text{-}3} = F_2\sqrt{2}$

4) **méthode générale :** (pas de propriété géométrique particulière entre les vecteurs)
On **<u>choisit un (ou plusieurs) axe(s) judicieusement</u>** (par exemple , de telle façon que les projections de certains vecteurs soient nulles ou encore que l'axe soit de même direction que certains vecteurs)

Ainsi dans l'exemple ci-dessus, il est judicieux de prendre un axe (x'x par exemple) parallèle à $\vec{F_1}$ et $\vec{F_4}$ et l'autre axe (y'y') perpendiculaire.
Pourquoi est-ce plus judicieux que de prendre les axes x'x et y'y, respectivement horizontal et vertical ?

Parce que sur l'axe y'y, $\vec{F_1}$ et $\vec{F_4}$ ont des projections nulles ! De plus les projections de $\vec{F_2} + \vec{F_3}$ étant opposées, on voit de suite que $F_y = 0$



Relation vectorielle $\vec{F} = \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4}$
En projection sur x'x : $F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x}$
<u>(pas de modification de signe par rapport à la relation vectoreille initiale !)</u>
Puis passage aux normes
(là il faut tenir compte des orientations des vecteurs par rapport aux axes choisis pour introduire les signes)
par excemple pour la situation ci-dessus, avec x'x dirigé vers le bas) $F_{1x} = F_1$ $F_{4x} = -F_4$

et $F_{2x} = F_{3x} = F_2 \cos(45°) = F_2\frac{\sqrt{2}}{2}$ (*il faut donc connaître les relations avec cos, sin et tan*)